

Theoretische und experimentelle
Untersuchungen
an
Elektronenkanonen hoher Ferveanz

INAUGURAL-DISSERTATION

zur
Erlangung der Doktorwürde
der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Friedrich Schulz
aus Hansfelde

1967

Druck:
ERNST-REUTER-GESELLSCHAFT
der Förderer und Freunde der Freien Universität Berlin e.V.
DISSERTATIONS-DRUCKSTELLE
1 Berlin 33, Garystr. 45

Theoretische und experimentelle
Untersuchungen
an
Elektronenkanonen hoher Perveanz

INAUGURAL-DISSERTATION
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Friedrich Schulz
aus Mansfelde

Tag der mündlichen Prüfung: 23. 2. 67

Tag der Promotion:

13. Juli 1967

1. Bericht: Prof. Dr. R. Hosemann
2. Bericht: Prof. Dr. W. Stein



	Seite
1. Einleitung	2
2. Stromverdichtende Elektronenkanonen mit quasilinearem Strahlverlauf	13
2.1 Die Dimensionierung von Pierceschen Elektronenkanonen	13
2.2 Gültigkeitsgrenzen der elementaren Theorie Piercescher Elektronenkanonen	32
2.3 Erweiterung der elementaren Pierceschen Theorie und die Grenzen der Theorie des quasilinearen Strahlverlaufes	37
3. Stromverdichtende Elektronenkanonen mit nichtlinearem Strahlverlauf	41
3.1 Überblick über die bekannten Elektronen- kanonen mit nichtlinearem Strahlverlauf	41
3.2 Eine allgemeine Berechnungsmethode für Hochperveanzkanonen	45
3.3 Eine neue Hochperveanzkanone	67
3.4 Die Berechnung von Potentialfeldern in Elektronenkanonen mit der elektronischen Rechenmaschine "Ural"	87
4. Experimentelle Untersuchungen an Elektronen- kanonen	98
4.1 Technische Ausführung der untersuchten Elektronenkanonen	98
4.2 Experimentelle Bestimmung der Kenndaten von Elektronenkanonen	107
5. Schlußbemerkung	134
6. Zusammenfassung	137
7. Literaturverzeichnis	139
8. Anhang	
Rechenprogramm für die "Ural" zur Berechnung des Potentialfeldes einer Hochperveanzkanone	

1. E I N L E I T U N G

In vielen Mikrowellenröhren, insbesondere in Klystrons und Wanderfeldröhren mit hohem Leistungsgewinn und in Carcinotrons für das Millimeterwellengebiet werden scharf begrenzte Elektronenstrahlen hoher Perveanz und großer Stromdichte verwendet. Die Bezeichnung "Perveanz" hat sich im angelsächsischen und neuerdings auch im deutschen Schrifttum für die Größe

$$P = I \cdot U^{-3/2} \quad (1,1)$$

eingebürgert. Dabei ist I der Strahlstrom und U das auf die Kathode bezogene Potential, welches der Geschwindigkeit v der Elektronen im Strahl entspricht. Unter der mittleren Stromdichte j eines Elektronenstrahls versteht man das Verhältnis

$$j = I \cdot F^{-1}. \quad (1,2)$$

F ist die Fläche des Strahlquerschnittes und I der Strom, der durch F fließt.

Der wesentliche Unterschied gegenüber Elektronenstrahlen, wie sie etwa in Braunschen Röhren, beim Elektronenmikroskop, in der Röntgenröhre oder im Ikonoskop benützt werden, liegt in dem starken Einfluß der Coulombschen Abstoßungskräfte der Elektronen untereinander, d. h. der Raumladungswirkung, die bei Laufzeitröhren nicht zu vernachlässigen ist und meist ausschlaggebende Bedeutung für den Strahlverlauf im Entladungsraum hat.

Zur Beantwortung der Frage, durch welche physikalische Größe diese Raumladungswirkung erfaßt werden kann, betrachten wir zweckmäßig das Verhalten eines Elektronenstrahls, der durch eine kreisförmige Blende achsenparallel in einen feldfreien Raum eintritt (Abb. 1).

Der Verlauf des Strahls wird durch folgende Erscheinungen bestimmt: Die innerhalb des Trägerbündels vorhandene Raumladungsdichte ϱ ($\varrho = n \cdot e$, n ist die Anzahl der Elektronen in der Volumeneinheit und e die Elementarladung) erzeugt ein elektrisches Feld $\mathcal{E}$, das wir in der Nähe der Blende als radial

gerichtet und zylindersymmetrisch ansehen können, damit ist gemeint, daß die elektrischen Feldlinien jeden Zylindermantel um die Strahlachse senkrecht und mit gleichmäßiger Dichte schneiden, so daß der Betrag der Feldstärke ($= E_r$) nur eine Funktion des Abstandes r von der Achse ist:

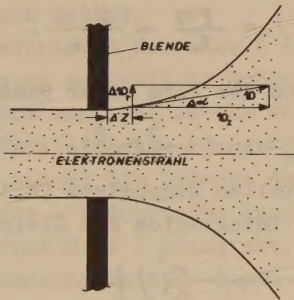


Abb. 1 Strahlaufspreizung im feldfreien Raum

Durch dieses Feld werden die Elektronen eines Stromfadens beim Durchlaufen eines kleinen Wegstückes Δz radial beschleunigt (siehe Abb. 1) und besitzen daher nach dem Passieren von Δz zusätzlich zu ihrer axialen Geschwindigkeit v_z eine Geschwindigkeitskomponente Δv_r in radialer Richtung. Die beiden Geschwindigkeiten addieren sich vektoriell zu dem neuen Geschwindigkeitsvektor v , der nicht parallel zur Strahlachse gerichtet ist, sondern mit ihr einen von Null verschiedenen Winkel $\Delta \alpha$ bildet. Kurzum, der Strahl spreizt auf. Ein Maß für die Strahlaufspreizung infolge seines eigenen Raumladungsfeldes ist offenbar die Größe $\Delta \alpha / \Delta z$, für die nach Abb. 1

$$\frac{\Delta \alpha}{\Delta z} \approx \frac{\tan \Delta \alpha}{\Delta z} = \frac{\Delta v_r}{v_z \cdot \Delta z} \quad (1,3)$$

gilt. Nach der klassischen Bewegungsgleichung für das Elektron ($m \frac{dv_r}{dt} = e E_r$, c , c = Lichtgeschwindigkeit) ist

$$\Delta v_r = \frac{e}{m} E_r \Delta t = \frac{e}{m} E_r \frac{\Delta z}{v_z} .$$

Setzt man dies in (1,3) ein, so folgt, mit $\Delta z \rightarrow 0$

$$\frac{d\alpha}{dz} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta z} = \frac{e}{m} \frac{E_r}{v_z^2}. \quad (1,4)$$

Es besteht nun folgender Zusammenhang zwischen $E_r(r)$ und der Raumladungsdichte $\rho(r)$, bzw. der Stromdichte $j(r) = \rho(r)v_z$

$$\operatorname{div} \mathcal{E} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r E_r(r)) = \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} = \frac{j(r)}{\epsilon_0 v_z}. \quad (1,5)$$

Mit einer Stromverteilung von der Form einer Gaußfunktion:

$$j(r) = j_0 \exp(-r^2/r_0^2)$$

wie sie durch die experimentellen Ergebnisse (S.125 bis S.133) nahegelegt wird, ergibt die Integration der Gleichung (1,5)

$$\begin{aligned} E_r(r) &= \frac{j_0}{2\epsilon_0 v_z} \cdot \frac{r_0^2}{r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\} \\ &= \frac{J}{2\pi \epsilon_0 v_z} \cdot \frac{1}{r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\} \end{aligned} \quad (1,6)$$

wobei wir den Gesamtstrom I eingeführt haben:

$$J = 2\pi \int_0^\infty j(r) r dr = 2\pi j_0 \int_0^\infty \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) r dr = \pi r_0^2 j_0$$

Mit diesem Ausdruck für E_r erhält man die Größe $d\alpha/dz$ aus Gleichung (1,4):

$$\frac{d\alpha}{dz} = \frac{J}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v_z^3} \cdot \frac{1}{r} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) \right\}.$$

Berücksichtigt man, daß die kinetische Energie der Elektronen durch die durchlaufene Spannung U gegeben ist ($\epsilon_{kin} = \frac{1}{2} m v_z^2 = eU$), so erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dz} &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{J}{U^{3/2}} \frac{1 - \exp(-r^2/r_0^2)}{r} \\ &= \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \cdot J \cdot \frac{1 - \exp(-r^2/r_0^2)}{r}. \end{aligned} \quad (1,7)$$

Einen ähnlichen Zusammenhang zwischen der für die Strahlaufspreizung maßgeblichen Größe $d\alpha/dz$ und der Perveanz P findet man beispielsweise auch für den Fall einer Stromdichte, die über einen gewissen Strahlquerschnitt konstant ist [31, S. 238]. Auch hier ist $d\alpha/dz \sim P$ und unterscheidet sich von (1,7) nur in dem Faktor, der die r -Abhängigkeit der Strahldivergenz zum Ausdruck bringt.

Die eingangs definierte Perveanz P stellt also eine für die Strahlaufspreizung maßgebliche Größe dar.

Weiterhin erkennt man, daß es zur Verringerung der Strahlaufspreizung (Verkleinerung von $d\alpha/dz$) zwei Möglichkeiten gibt. Man kann einmal die Ursache der Aufspreizung, die Raumladungskräfte - beschrieben durch E_r - herabsetzen, indem man die Stromstärke I reduziert. Zum anderen kann die Wirkung der Raumladungskräfte durch eine Erhöhung der axialen Elektronengeschwindigkeit verringert werden, weil dann den Elektronen auf einem bestimmten ins Auge gefaßten Wegstück ihrer Bahn weniger Zeit für die Bewegung in radialer Richtung bleibt. Beide Wege führen jedoch zu einer Verkleinerung der Perveanz.

Im Folgenden wollen wir an zwei Beispielen den Einfluß der Perveanz in der Mikrowellenröhrentechnik erläutern. Man kann sich zunächst - ohne näher auf eine Rechnung einzugehen - überlegen, daß bei einer vorgegebenen Laufzeitröhre mit feststehender Konstruktion die Leistung erhöht werden kann, wenn die Perveanz des verwendeten Elektronenstrahls vergrößert wird; denn die maximale Leistung dieser Röhre ist durch den Strahlstrom begrenzt. Dieser Strom kann jedoch nur durch eine Vergrößerung der Perveanz gesteigert werden, da die Beschleunigungsspannung wegen der fest vorgeschriebenen Elektronengeschwindigkeit nicht erhöht werden darf.

Zuerst betrachten wir das Reflexklystron, eines der wichtigsten Schwingungserzeuger im Mikrowellengebiet. Es ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt. Von der Elektronenkanone im Reflexklystron wird ein homogener Elektronenstrahl konstanter Stromdichte erzeugt, der nach dem Passieren der Reso-

natorgitter in das Reflektorgebiet gelangt. Am Reflektor liegt eine negative Gleichspannung, welche bewirkt, daß die Elektronen wieder zum Spalt des Resonatorgitters zurückkehren, d. h., sie werden "reflektiert". Im Spalt wirkt auf die Elektronen die Wechselfspannung des angelegten Hochfrequenzfeldes. Elektronen, die nacheinander innerhalb einer Periode im Spalt verschieden stark beschleunigt werden, verweilen unterschiedlich lange im Gegenfeld des Reflektorraumes. Deshalb kann man durch eine geeignet gewählte Reflektorspannung erreichen, daß die zurückkehrenden Elektronen zum gleichen Zeitpunkt im Spalt eintreffen. Dasselbe Spiel übrigens treibt ein Jongleur, wenn er mehrere Bälle nacheinander gerade so hoch wirft, daß er sie alle gleichzeitig in seinem Hut auffangen kann. Bei richtig gewähltem Reflektorabstand und zugehöriger Spannung wird die Elektronenanhäufung im Spalt gerade in der Bremsphase des Hochfrequenzfeldes eintreten. Die Elektronen geben dann einen Teil ihrer kinetischen Energie an das Feld ab. Bei genügend kleiner Dämpfung des Resonatorschwingkreises wird somit die Schwingung angefacht.

Wir wollen uns nun überlegen, wie man den Wirkungsgrad eines solchen Schwingungserzeugers möglichst groß machen kann. Dabei wird sich zeigen, daß man hierzu Elektronenstrahlen hoher Perveanz braucht.

Im Resonanzfall kann man sich den Schwingungskreis durch einen Ohmschen Widerstand R , den sogenannten "Resonanzwiderstand" ersetzt denken, in dem die Kreisverluste in Joulesche Wärme umgesetzt werden. Die elektrische Verlustleistung N_v nimmt dann bei Einführung der hochfrequenten Wechselfspannungsamplitude $U_{\sim}$ unter Anwendung des Ohmschen Gesetzes folgende Gestalt an:

$$N_v = \frac{U_{\sim}^2}{2R} \quad (1,8)$$

Bilden wir das Verhältnis der Verlustleistung zur aufgewandten Strahlleistung $I_0 \cdot U_0$, so erhält man

$$\frac{N_v}{I_o U_o} = \frac{U^2}{2R I_o U_o} \quad (1,9)$$

Nun ist bei optimaler Spannungsaussteuerung des Klystrons [19, S. 13] normalerweise

$$\frac{U_{\sim}}{U_o} \approx 1,$$

so daß

$$\frac{N_v}{I_o U_o} = \frac{U_o}{2R I_o} \quad (1,10)$$

wird. Will man also die Verlustleistung relativ niedrig halten, so ist dafür zu sorgen, daß man - neben einem hohen Resonanzwiderstand - bei gegebener Strahlspannung einen möglichst hohen Strahlstrom erhält. Dies bedeutet, daß die Perveanz möglichst groß sein muß, welche übrigens bei raumladungsbegrenzten Elektronenstrahlern nur von der Geometrie der Elektrodenanordnung abhängt [31, S. 19] .

Eine der wichtigsten Verstärkerröhren für das Mikrowellengebiet ist die Wanderfeldröhre. Abbildung 2b zeigt eine schematische Darstellung der Wanderfeldröhre. Der von einer Elektronenkanone erzeugte Elektronenstrahl durchläuft eine Wendel und wird hinter dieser auf dem Kollektor aufgefangen. Zur Führung des Elektronenstrahls längs der Wendel dient gewöhnlich ein longitudinales Magnetfeld. Es hat nur einen untergeordneten Einfluß auf den Hochfrequenzmechanismus der Röhre. Im Gegensatz zum Klystron nützt man für die Verstärkung in der Wanderfeldröhre die Wechselwirkung des Hochfrequenzfeldes mit dem Elektronenstrahl über eine größere Leitungslänge aus. Hierzu wird die Welle auf die Wendel der Wanderfeldröhre eingekoppelt. Die Wendel verzögert die Geschwindigkeit der Welle ungefähr auf die Geschwindigkeit des Elektronenstrahls. Je nach der Phasenlage des Hochfrequenzfeldes werden

die Elektronen im Strahl gebremst oder beschleunigt, und es entstehen sogenannte Elektronenpakete, die sich mit der Phasengeschwindigkeit der Welle fortbewegen. Man wählt die mittlere Geschwindigkeit der Elektronenströmung ein wenig größer als die Phasengeschwindigkeit der Welle, weil dann die Elektronendichte in den Bremsphasen größer ist als in den Beschleunigungsphasen [19, S. 24]. Aus diesem Grunde geben die Elektronen im Mittel mehr Energie an das Hochfrequenzfeld ab als sie daraus aufnehmen, so daß dieses verstärkt wird. Wie gut die Kopplung zwischen der Welle auf der Verzögerungsleitung und dem Elektronenstrahl ist, beschreibt der Gewinnparameter C [19, S. 28]

$$C = \sqrt{\frac{K}{j^2} \frac{P}{a^2}} \quad , \quad (1,11)$$

dabei ist P die Perveanz, $\frac{K}{j^2}$ eine Konstante und a der Wendelradius. Der Gewinnparameter ist der spezifischen Leistung der Wanderfeldröhre proportional [19, S. 25]. Daraus ist ersichtlich, daß für leistungsfähige Wanderfeldröhren Elektronenstrahlen hoher Perveanz benötigt werden. Wie beim Reflexklystron so ist auch bei der Wanderfeldröhre die Elektronenkanone ein wichtiger Bestandteil.

Die Verstärkung der Wanderfeldröhre wächst jedoch nicht nur mit der Perveanz sondern auch mit der Strahlstromdichte, da bei gegebenem Strom die Stromdichte proportional zu $1/a^2$ ist. Vor allem für kürzere Wellenlängen des Hochfrequenzfeldes sind hohe Stromdichten notwendig, da die Abmessungen der Schwingkreise um so kleiner sein müssen, je kürzer die Wellenlänge λ ist, d. h., auch für den Wendelradius a gilt annähernd

$$a \sim \lambda \quad .$$

Andererseits hat die Stromdichte j innerhalb der Wendel mindestens den Wert $1/\pi a^2$; denn der Elektronenstrahl soll die

Wendel möglichst nicht berühren. Daher muß bei gleicher Leistung die Strahlstromdichte etwa mit $1/\lambda^2$ größer werden.

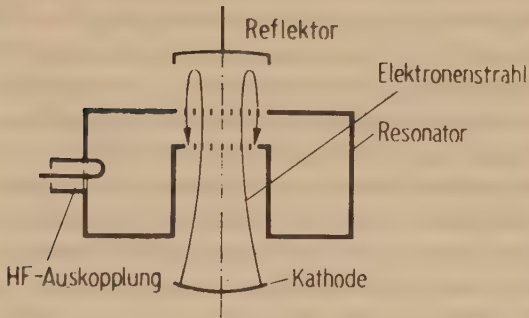


Abb. 2a Schematische Darstellung des Reflexklystrons

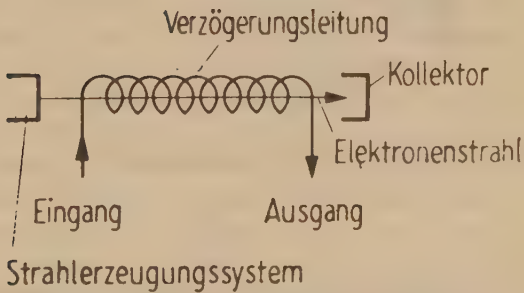


Abb. 2b Schematische Darstellung der Wanderfeldröhre

Die Beispiele, an denen die Bedeutung der Perveanz und der Stromdichte in der Mikrowellenröhrentechnik gezeigt wurde, lassen erkennen, welche Forderungen allgemein an Elektronenstrahlen, die man in Mikrowellenröhren verwendet, gestellt werden:

1. Die Perveanz soll möglichst hoch sein.
2. Die Stromdichte soll möglichst groß sein.

Das Problem der Erzeugung solcher Elektronenstrahlen läuft darauf hinaus, ein Strahlerzeugungssystem mit elektrostatischer Fokussierung so zu dimensionieren, daß es bei relativ niedriger Anodenspannung einen (zylindersymmetrischen) Elektronenstrahl mit möglichst großer Stromdichte erzeugt. Die Strahlerzeugungssysteme für Höchstfrequenzröhren werden meist als Elektronenkanonen bezeichnet. Man gebraucht gewöhnlich die Bezeichnungen "Elektronenkanone" und "Strahlerzeugungssystem" als Synonyme.

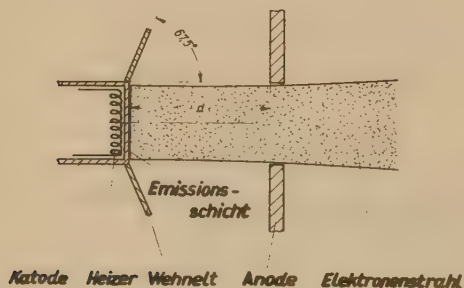


Abb. 3 Schematische Darstellung einer Elektronenkanone zur Erzeugung eines zylindrischen Rundstrahls

In Abb. 3 sind die für jede Elektronenkanone charakteristischen Bauelemente zu erkennen. Einer (ebenen) Oxydkathode steht im Abstand d eine gelochte Anode gegenüber. Unmittelbar an die Kathode schließt sich die Fokussierungselektrode

(vielfach auch Wehneltzylinder genannt) an. Diese sorgt dafür, daß der Elektronenstrahl zwischen Kathode und Anode trotz der in ihm vorhandenen Raumladungskräfte parallel bleibt. Bei der Anordnung in Abb. 3 ist eine gleichmäßige Kathodenstromdichte und eine genügende Parallelität des Elektronenstrahls nur dann gewährleistet, wenn die Anodenöffnung klein gegenüber dem Kathoden-Anoden-Abstand ist. Da die Perveanz dieser Kanone mit abnehmendem d wächst, ist hierdurch die maximal erreichbare Perveanz begrenzt. Eine gleichmäßigere Kathodenstromdichte erhält man durch Verwendung eines Gitters an Stelle des Anodenloches, so daß die Perveanz weiterhin durch Verkleinerung von d vergrößert werden kann. Dieses Verfahren ist jedoch wegen der Erwärmung des Gitters auf Elektronenstrahlen nicht zu hoher Leistung beschränkt. Die erreichbare Stromdichte bei diesen Systemen ist in erster Linie durch die maximale Kathodenbelastbarkeit begrenzt. Bei normalen [BaSr]O-Kathoden beträgt die größte Stromdichte 250 ... 500 mA/cm², weil bei stärkerer dauernder Belastung die Emissionsschicht wegen der im Quерwiderstand der Oxydschicht erzeugten Wärmemenge zu sehr aufgeheizt wird. Darüber hinaus besteht die erhöhte Gefahr einer Deaktivierung, vornehmlich durch Sauerstoffionen des Restgases, weil die Ionisierung im Entladungsraum mit dem Elektronenstrom wächst. Wesentlich höhere Stromdichten, etwa 1 ... 20 A/cm² kann man mit reinen Metallkathoden, insbesondere mit Wolfram- und Tantalkathoden erreichen. Diese Kathoden sind aber wegen ihrer hohen Betriebstemperatur (2000 ... 3000 °C) nur für Röhren mit großen Abmessungen, z. B. Senderöhren geeignet. Es gibt aber auch Kathoden, die eine wesentlich höhere Stromdichte als die gewöhnlichen Oxydkathoden liefern und deren Betriebstemperatur dennoch so niedrig liegt, daß sie indirekt geheizt werden können; dies sind die Vorratskathoden. Die erzielbaren Dauerstromdichten dieser Kathoden liegen um 10 A/cm² bei einer Kathodentemperatur von ungefähr 1000 °C [2]. Da die mit den oben beschriebenen Elektronenkanonen erzielbaren Perveanzwerte und Stromdichten nicht ausreichen, ist man zu einem anderen Typ von Elektronenkanonen, den Kanonen

mit Strahlverdichtung, übergegangen. Bei ihnen wird der von einer relativ großen Kathodenfläche emittierte Elektronenstrahl auf einen kleinen Querschnitt außerhalb des Beschleunigungsraumes konzentriert.

Derartige Elektronenkanonen sollen in der vorliegenden Arbeit untersucht werden.

Die bekanntesten Verfahren zur Berechnung solcher Elektronenkanonen werden beschrieben und ihre Gültigkeitsgrenzen untersucht. Es wird sich hierbei zeigen, daß mit derartigen Rechenmethoden die Abmessungen von Elektronenkanonen nicht hinreichend genau bestimmt werden können, sobald man gleichzeitig sehr hohe Perveanzwerte ($P > 3 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$) und Strahlverdichtungen ($V_{\lambda 20}$) haben will.

Die Abweichungen der berechneten Eigenschaften der Strahlerzeugungssysteme mit Perveanzwerten über $2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ von ihren wirklichen Kennwerten werden an einem Beispiel aus der Literatur aufgezeigt. Das Ergebnis der anschließend durchgeführten Untersuchungen über die Gültigkeitsgrenzen der elementaren und verbesserten Pierceschen Theorie begründet die Notwendigkeit, eine allgemeinere Berechnungsmethode zu entwickeln, die für Elektronenkanonen mit gleichzeitig hoher Verdichtung und Perveanz gilt. Über eine derartige Methode wird der Verfasser in dieser Arbeit berichten.

Mit Hilfe dieses Berechnungsverfahrens wurde eine neue Hochleistungselektronenkanone konstruiert. Diese Kanone wurde experimentell untersucht. Es zeigte sich, daß ihre Daten mit den vorausberechneten Werten gut übereinstimmen.

2. Stromverdichtende Elektronenkanonen mit quasilinearem Strahlverlauf

2.1 Die Dimensionierung von Pierceschen Elektronenkanonen

Bis 1940 wurden die Form und Lage der Elektroden von Elektronenkanonen mit einer Perveanz über $10^{-7} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ auf rein empirischem Wege, d. h. durch eine große Anzahl von Versuchen an betriebsfähigen Röhrenmodellen ermittelt. Es war deshalb bis dahin mühevoll, Elektronenstrahlen hoher Perveanz und Stromdichte zu erzeugen.

Ein wichtiger Schritt zur Beherrschung dieses Problems wurde von I. R. Pierce [26,27] getan. Er gab einen speziellen Typ von Elektronenkanonen an, mit dem man gut fokussierte Elektronenstrahlen erhält, deren Perveanz größer als $10^{-7} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ ist. In Abb. 4 ist eine Elektronenkanone dieser Art und der zugehörige Strahlverlauf schematisch dargestellt. Im Kathoden-Anodenraum der Elektrodenanordnung läßt sich eine nahezu gradlinige Elektronenströmung bis zu einer Perveanz von ungefähr $1 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ realisieren. Die Elektronenbahnen sind hierbei in erster Näherung homozentrische Geraden.

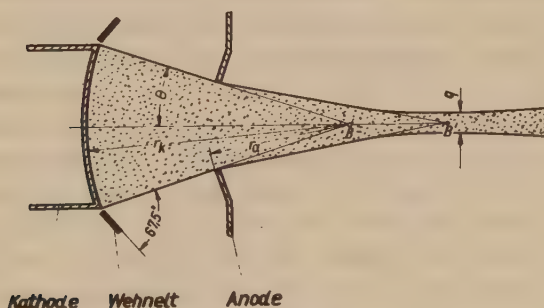


Abb. 4 Schematische Darstellung einer Pierce-Kanone

Der Vorteil, der in Abb. 4 gezeigten Elektrodenkonfiguration besteht vornehmlich darin, daß sie einer analytischen Behandlung zugänglich ist, bei der die exakten Lösungen der Raumladungsgleichung für gradlinige Elektronenbewegung zugrunde gelegt werden. Hierdurch ist es Pierce gelungen, eine einfache Theorie zu schaffen, die die wichtigsten Eigenschaften dieser Strahlerzeugungssysteme wie Perveanz, Stromverdichtung und den Minimaldurchmesser des erzeugten Elektronenstrahls sowie den Abstand dieses Durchmessers von der Anode vorauszuberechnen gestattet.

Unter der Perveanz einer Elektronenkanone versteht man entsprechend Gleichung (1,1) das Verhältnis $I \cdot U_a^{-3/2}$, wobei U_a die Anodenspannung und I der (hier raumladungsbegrenzte) Kathodenstrom ist. Die Stromverdichtung - oder kurz Verdichtung - einer Elektronenkanone ist das Verhältnis von Kathodenoberfläche zu dem kleinsten Strahlquerschnitt q (siehe Abb. 4), der meist außerhalb der Kanone liegt. Jenes Verhältnis ist identisch mit dem der maximalen Strahlstromdichte zur Kathodenstromdichte. Wenn die maximale Kathodenstromdichte beispielsweise $j_{\max}$ ist, so kann man also mit einer n -fach verdichtenden Elektronenkanone die Stromdichte $n \cdot j_{\max}$ erreichen.

Wir fragen uns jetzt, wie die in Abb. 4 dargestellten Elektrodenformen und ihre gegenseitigen Abstände gefunden werden können. Das Prinzip ist folgendes: Man geht von einer Kugeldiode mit außen liegender Kathode aus, aus der ein bestimmter Raumkegel (in Abb. 5 mit I bezeichnet) herausgeschnitten wird und versucht, ein solches elektrisches Feld im Außenraum (Raum II in Abb. 5) zu erzeugen, daß die Elektronenströmung innerhalb des Raumkegels die gleiche Form hat wie in der vollständigen Kugeldiode, bei der sich die Elektronen auf homozentrischen Geraden bewegen. An der Stelle, wo die beschleunigten Elektronen auf die Anode treffen würden, besitzt sie eine kreisförmige Öffnung, die der Elektronenstrahl passiert. Der Einfluß dieses Anodenloches auf die Feldverteilung im Kathoden-Anodenraum (Beschleunigungsraum) kann in erster Näherung vernachlässigt werden, wenn der Durchmesser der Anoden-

Öffnung klein gegenüber dem Kathoden-Anodenabstand ist.

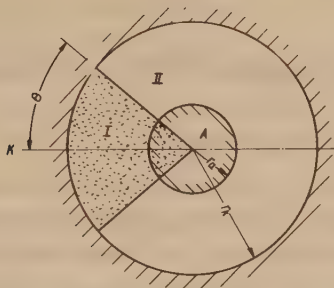


Abb. 5 Querschnitt durch eine Kugeldiode

Es ist plausibel, daß die Elektroden außerhalb des Elektronenstrahls eine von der Kugelform abweichende Gestalt haben müssen, um die geforderte gradlinige Bewegung der Elektronen im gesamten Raum I zu erhalten; denn der Einfluß des fehlenden Raumladungspotentials im Raum II, das in der kompletten Kugeldiode ebenfalls für die gradlinige Bewegung der Elektronen verantwortlich ist, muß jetzt durch eine veränderte Form der Außenelektroden nachgebildet werden. Die Bestimmung dieser Elektrodenform und -lage läßt sich offenbar auf folgende Aufgabe zurückführen: Es ist ein elektrisches Potential U zu bestimmen, das

1. innerhalb des gesamten, von Elektronen erfüllten Raumes I mit dem Potential U_I der Kugeldiode übereinstimmt (siehe Gleichung 2.1,6) und somit die Poissonsche Differentialgleichung ¹⁾

$$\Delta U_I = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1,1)$$

erfüllt;

1) Mit e wird der Betrag der Ladung des Elektrons bezeichnet. Die das Elektron beschleunigende Feldstärke $\mathcal{E} = \text{grad } U$ soll positiv sein. Dann ist auch ρ positiv.

2. außerhalb des Strahles (Raum II) in eine Lösung U_{II} der Laplaceschen Differentialgleichung

$$\Delta U_{II} = 0 \quad (2.1,2)$$

übergeht, wobei

3. am Strahlrand U_I und U_{II} sowie deren Ableitungen übereinstimmen müssen.

Daraus ergeben sich zwei Folgerungen:

- a) Die Normalkomponente E_{θ_0} der elektrischen Feldstärke am Strahlrand verschwindet, weil aufgrund der ersten Bedingung die elektrische Feldstärke nur eine Radialkomponente hat (Kugelsymmetrie). Die Bedingung $E_{\theta_0} = 0$ folgt auch unmittelbar aus der Forderung nach einem gradlinigen Strahlrand; denn wäre $E_{\theta_0} \neq 0$, so würden die Randlektronen in Normalenrichtung zum Strahlrand beschleunigt werden und im allgemeinen keine gradlinige Bahn beschreiben.
- b) Aus der Bedingung 3. folgt ferner

$$U_{II_0}(r) = U_{II}(r, \theta_0) = f(r) = U_I(r), \quad (2.1,3)$$

U_I = Potential im Raum I einschließlich des Strahlrandes, das mit dem in einer kompletten Kugeldiode übereinstimmt

U_{II_0} = Potentialwerte von U_{II} auf dem Strahlrand.

Dies bedeutet, daß die Bestimmung des Potentialfeldes $U_{II}(r, \theta)$ und damit der Elektrodenform und -lage auf die Lösung einer Randwertaufgabe der Potentialtheorie zurückgeführt werden kann. Zur Lösung dieser Randwertaufgabe gibt es zwei verschiedene Methoden. Man kann einmal die gesuchte Potentialverteilung auf teils empirischem, teils analytischem Wege mit Hilfe des elektrolytischen Troges und der Bedingungen 1, 2 und 3 finden. Zum anderen ergibt sich die Lösung durch Reihenentwicklung des Potentials U_{II} aus der Laplaceschen Differentialgleichung im Bereich II unter Berücksichtigung der Bedingungen 1, 2 und 3.

Zunächst soll auf die erste Methode eingegangen werden: Die

Potentialverteilung innerhalb des stromdurchflossenen Raumkegels (Abb. 5) einschließlich dessen Berandung muß nach Bedingung 1 mit der in einer kompletten Kugeldiode vorhandenen Verteilung übereinstimmen, wobei die Kugeldiode das gleiche Radienverhältnis $r_a/r_k < 1$ (r_a = Anodenradius, r_k = Kathodenradius) wie die Elektronenkanone hat. Die allgemeine Poissonsche Differentialgleichung (2.1,1), die nach 1 in diesem Raumkegel gilt, vereinfacht sich hierbei zu

$$\frac{\partial^2 U_I}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial U_I}{\partial r} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.1,4)$$

weil das Potentialfeld zwischen konzentrischen Kugeln nur von r abhängt. Die Lösung dieser Differentialgleichung für eine raumladungsbegrenzte Elektronenströmung unter Vernachlässigung der thermischen Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen, d. h. für $\partial u_I / \partial r = 0$ an der Kathode ergibt nach Langmuir und Blodgett [20, 3] für die Stromstärke den Ausdruck

$$J = 4\pi \epsilon_0 \frac{4\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} U_I^{3/2}(r) \frac{1}{\alpha^{1/2}(\frac{r}{r_k})}. \quad (2.1,5)$$

Dabei ist $U_I(r_k) = 0$ gesetzt und α stellt die nur vom Radienverhältnis r/r_k abhängige Blodgett-Funktion dar. Aus Gleichung (2.1,5) läßt sich sofort das Potential $U_I(r)$ als Funktion des Abstandes r vom Zentrum der Kugeldiode für jeden beliebigen Punkt innerhalb des Elektronenkegels angeben

$$U_I(r) = U_a \left[\alpha\left(\frac{r}{r_k}\right) \cdot \alpha'^{-1}\left(\frac{r_a}{r_k}\right) \right]^{4/3}. \quad (2.1,6)$$

Das Potential innerhalb des Elektronenstrahls einschließlich dessen Berandung ist jetzt bekannt.

Unter Verwendung von $U_I(r)$ läßt sich nun - wie bereits angedeutet - das Potential $U_{II}(r, \vartheta)$ und damit die Elektrodenform im Bereich II mit Hilfe des elektrolytischen Troges bestimmen.

Ein derartiger Trog besteht aus einem großen Kunststoffgefäß, das einen schwach leitenden Elektrolyten (z. B. 0,1n-Sodalösung) enthält (vgl. Abb. 28). In dieser Flüssigkeit befindet sich ein ähnlich vergrößertes Metallmodell des zu untersuchenden Elektrodensystems. Legt man an die Elektroden des Modells Spannungen, die im gleichen Verhältnis zueinander stehen wie die Spannungen der Elektroden des Originalsystems, so kann das Potential in jedem Punkt der Umgebung der Elektrodenanordnung mit einer Sonde gemessen werden und stimmt bis auf einen konstanten Faktor mit den Potentialwerten (ohne Raumladung) der Originalanordnung überein. Das Prinzip dieser Meßmethode beruht auf der Tatsache, daß die Potentialverteilung zwischen den allseits von einer leitenden Flüssigkeit umgebenen Metallelektroden die gleiche wie im Vakuum ist. Die Begründung hierfür ergibt sich aus dem Ohmschen Gesetz, das auch für Elektrolyten gültig ist. Es lautet

$$j_e = \sigma_e \cdot \mathcal{E} \quad (2.1,7)$$

j_e = Stromdichte im Elektrolyten

$\mathcal{E}$ = elektrische Feldstärke im Elektrolyten

σ_e = elektrische spezifische Leitfähigkeit des Elektrolyten.

Da bei der Ausmessung raumladungsfreier Felder im Innern des Elektrolyten keine Stromlinien entspringen, ist der Strom quellenfrei, und es gilt dort

$$\text{div} \cdot j_e = 0. \quad (2.1,8)$$

Die elektrische Feldstärke in der Flüssigkeit ist wirbelfrei und läßt sich deshalb eindeutig durch das elektrische Potential U_e im Elektrolyten darstellen

$$\mathcal{E} = + \text{grad } U_e. \quad (2.1,9)$$

Durch Kombination von (2.1,7), (2.1,8) und (2.1,9) ergibt sich

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_e \text{ div} \cdot \text{grad } U_e = 0 \\ \Delta U_e = 0 \end{array} \right\} \quad (2.1,10)$$

oder

Hieraus ist ersichtlich, daß die im elektrolytischen Trog gemessene Potentialverteilung eine Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung ist. Die Randbedingung, die sie erfüllt, wird durch die Form des Modells und die Potentiale seiner Elektroden bestimmt. Hierbei ist zu bemerken, daß es wegen der Homogenität von (2.1,10) weder auf die absolute Größe des Modells noch auf den Absolutbetrag der Potentialwerte der Elektroden ankommt. Die Potentiale des Modells müssen nur im gleichen Verhältnis zueinander stehen wie bei der Originalanordnung, und die relative Form der Elektroden muß mit der des Originals genau übereinstimmen, d. h., das Modell soll durch eine Ähnlichkeitstransformation in das Originalsystem übergehen und umgekehrt. Da die hier zu ermittelnden Potentialfelder rotationssymmetrisch sind, brauchen wir nicht die ganze Anordnung im Trog aufzubauen, um die Potentialverteilung auszumessen. Wir können vielmehr die Gesetzmäßigkeit ausnutzen, daß bei einem rotationssymmetrischen Feld durch eine Meridianebene kein Strom fließt. Das bedeutet, daß sich das Potentiallinienbild nicht verändert, wenn Meridianebenen durch isolierende Flächen ersetzt werden. Zwei verschiedene Isolierflächen schneiden aus dem Gesamtsystem einen von den übrigen Teilen isolierten räumlichen Sektor aus. Wegen der völligen elektrischen Isolierung dieses Sektors von dem übrigen Teil des Modells muß sich die Potentialverteilung in beiden Teilen unabhängig voneinander auf den richtigen Wert einstellen, und man kann sich deshalb darauf beschränken, das Potential in einem derartig ausgeschnittenen räumlichen Sektor zu messen (Abb.6). Ist der Winkel α (Abb. 6) zwischen den beiden verschiedenen Meridianebenen genügend klein ($8^\circ \dots 16^\circ$), so kann man die durch seine Schenkel begrenzten Elektrodenteile durch passend gebogene Blechstreifen nachbilden, so wie es in Abb. 6 zu erkennen ist.

Zur Realisierung der Randbedingung

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \epsilon_n = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial n} = n(\text{grad } u) \right)$$

die auf der Strahlkante erfüllt sein muß, wird der Strahlrand durch einen Isolator I_s ersetzt, weil an der Oberfläche des

Isolators immer

$$j_e = \sigma_e \cdot \mathcal{E}_n = \sigma_e \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial n} = \sigma, \quad (2.1,11)$$

d. h. $\mathcal{E}_n = 0$
(n = Normalenrichtung)

gilt.

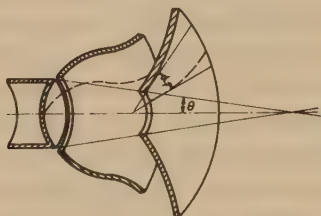


Abb. 6 Ein schematisch angedeuteter Winkelausschnitt einer Pierce-Kanone, wie er bei der Ausmessung ihres Potentialfeldes im Trog benützt wird.
K = Kathode, F = Fokussierungselektrode, A = Anode.

Der Isolator wird hierbei so auf den schrägen Trogboden gestellt, daß er mit der Trogwand W den halben Öffnungswinkel Θ der Elektronenkanone einschließt (Abb. 7). Die optische Achse der Kanone ist im elektrolytischen Trog die Wasserkante z, die dort entsteht, wo sich die Wasseroberfläche mit dem geneigten Trogboden schneidet. Der nach Gleichung (2.1,6) am Strahlrand geforderte Potentialverlauf wird dadurch erzeugt, daß man die Form der Fokussierungselektrode F und der Beschleunigungselektrode A des im Trog befindlichen Modells solange variiert, bis längs des Isolators I_s das nach dieser Gleichung vorgeschriebene Potential möglichst gut erreicht ist. Dies kann durch Sonden, die im Raum II unmittelbar am Isolator in den Elektrolyten tauchen und deren Potentialwerte ebenfalls durch (2.1,6) gegeben sind, kontrolliert werden.

Die Sondenströme verschwinden nämlich, wenn das Elektrolytpotential am Strahlrand mit dem vorgeschriebenen Sondenpotential übereinstimmt.

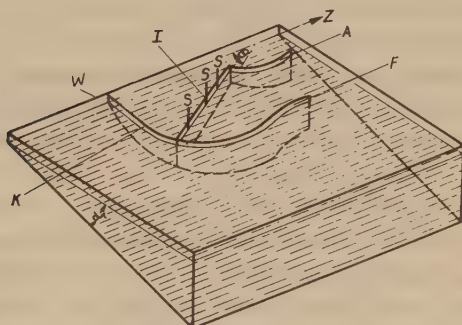


Abb. 7 Die keilförmige Wasserschicht eines elektrolytischen Troges mit einem Elektrodenaufbau zur Bestimmung der Elektrodenform der Pierce-Kanone.

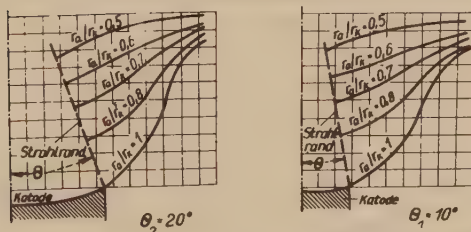


Abb. 8 Äquipotentiallinien von Pierce-Kanonen für verschiedene Radienverhältnisse und zwei Öffnungswinkel $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 20^\circ$.

In Abb. 8 sind die Äquipotentiallinien und somit auch die Elektrodenformen von Pierce-Kanonen mit zwei Öffnungswinkeln $\theta_1 = 10^\circ$ und $\theta_2 = 20^\circ$ für verschiedene Anoden-Kathoden-Verhältnisse wiedergegeben [16]. Aus Abb. 8 ist zu entnehmen, daß für jeden Wert von θ eine bestimmte Form der Fokussierungselektrode existiert, die Kathodenpotential hat und deren Tangente mit der Strahlkante einen Winkel von $\alpha_0 = 67,5^\circ$ einschließt. Die Form der Beschleunigungselektrode hängt im Gegensatz zum Wehneltzylinder noch vom Radienverhältnis r_a/r_k ab und nähert sich mit abnehmendem r_a/r_k mehr und mehr einem Kegel an.

Neben der soeben beschriebenen halb empirischen Methode zur Bestimmung der Elektroden der Pierce-Kanone gibt es auch, wie bereits erwähnt, ein rein analytisches Verfahren [11], bei dem man die Lösung durch Reihenentwicklung des Potentials U_{II} aus der Laplaceschen Differentialgleichung unter Berücksichtigung der Bedingungen 1., 2. und 3. erhält. Zur Erläuterung dieses Verfahrens gehen wir wegen der Rotationssymmetrie der Pierce-Kanone von der Laplaceschen Differentialgleichung in Zylinderkoordinaten aus

$$\frac{\partial^2 u}{\partial a^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial a} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1,12)$$

(z = Rotationsachse, a = Abstand von der z -Achse).

Der Ursprung des (a,z) -Koordinatensystems sei im Zentrum der gedachten Kugeldiode (Abb. 9a).



Abb. 9a Für die Berechnung des Potentialfeldes (Abb. 9b) zugrunde gelegtes Koordinatensystem.

Für die Potenzreihenentwicklung in der Umgebung des Strahlrandes ist es zweckmäßig, an Stelle von a und z neue dimensionslose Koordinaten x, y einzuführen, so daß am Strahlrand $y = 0$ ist.

$$x = (z \cos \theta + a \sin \theta) / r_k \quad (2.1,13)$$

$$y = (z \sin \theta + a \cos \theta) / r_k \quad (2.1,14)$$

Die auf (x,y) transformierte Laplacesche Differentialgleichung (2.1,12) lautet somit

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \cdot (x \cos \theta + z \sin \theta) + \frac{\partial u}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial u}{\partial y} \cos \theta = 0 \quad (2.1,15)$$

Als Lösung von Differentialgleichung (2.1,15) wird folgende Potenzreihe mit den zunächst noch unbekannten Koeffizienten $U_n(x)$ angesetzt

$$U(x,y) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x) y^n \quad (2.1,16)$$

Durch Einsetzen von (2.1,16) in (2.1,15) und Koeffizientenvergleich erhält man für die Koeffizienten dieser Reihe folgende Rekursionsformel

$$U_{n+2} = - \frac{U_{n+1}(n+1)^2 \cos \theta + U'_n \sin \theta + U''_n x \sin \theta}{(n+2)(n+1)x \sin \theta} \quad (2.1,17)$$

wobei sich $U_0(x)$ und $U_1(x)$ aus den oben begründeten (am Strahlrand geltenden) Randbedingungen

$$U_0(x) = U(x,0) \quad (2.1,18a)$$

$$(U_0(x) = \text{Potentialverteilung in der kompletten Kugeldiode})$$

und

$$U_1 = \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad (2.1,18b)$$

ergeben. An Hand von (2.1,17) erkennt man, daß sämtliche $U_n(x)$ aus den ersten beiden Koeffizienten und damit aus den Randbedingungen eindeutig folgen. Dies bedeutet nach den Sätzen der Potentialtheorie [34,18], daß (2.1,16) in Verbindung mit (2.1,17)

und den Randbedingungen (2.1,18a) und (2.1,18b) die Lösung des vorliegenden Problems ist. Um die konkrete Lösung (2.1,16) für eine vorgegebene Pierce-Kanone angeben zu können, muß man

$$U_0(x) = \alpha^{4/3}(x) \quad (2.1,19)$$

dem normierten Potentialverlauf einer Kugeldiode setzen und hiermit sowie mit (2.1,18a) und (2.1,18b) in (2.1,17) eingehen und die $U_n(x)$ sukzessive berechnen. Zur Bestimmung der $U_n(x)$ ist die genaue Kenntnis sämtlicher Ableitungen von α bis zur $(n-1)^{\text{ten}}$ Ordnung nötig. Da α durch folgende Reihe gegeben ist

$$\alpha = \ln\left(\frac{r}{r_k}\right) - 0,3 \left(\ln\left(\frac{r}{r_k}\right)\right)^2 + 0,075 \left(\ln\left(\frac{r}{r_k}\right)\right)^3 - \dots \quad (2.1,20)$$

und die Berechnung der Ableitungen von α bis zur $(n-1)^{\text{ten}}$ Ordnung sehr unübersichtliche Ausdrücke ergibt, hat Hechtel [7] vorgeschlagen, (2.1,20) durch ein Polynom genügend hohen (6.) Grades anzunähern und hieraus die Ableitungen von α zu bestimmen.

Ein Vergleich der oben dargelegten analytischen Methode zur Berechnung der Elektrodenformen für Pierce-Kanonen mit der zuerst beschriebenen Berechnungsmethode zeigt, daß eine für die Praxis meist ausreichende Genauigkeit erzielt wird, wenn man sich auf die ersten vier Glieder von Gleichung (2.1,16) beschränkt.

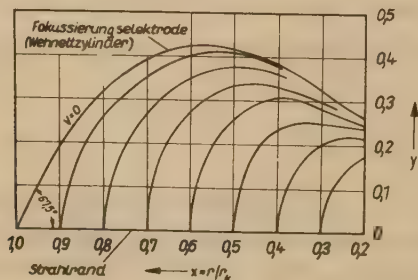


Abb. 9b Potentiallinienbild einer Pierce-Kanone, berechnet durch die Reihenentwicklung (2.1,16) [7].

Abb. 9b veranschaulicht das Ergebnis der analytischen Berechnungsmethode, die auf eine Elektronenkanone mit dem Öffnungswinkel $\theta = 45^\circ$ angewendet wurde.

Man erkennt, daß auch hier die Fokussierungselektrode, die auf Kathodenpotential liegt, mit dem Strahlrand einen Winkel von $67,5^\circ$ einschließt. Die Anodenform dagegen hängt noch vom Radienverhältnis r_a/r_k ab. Ein Vergleich von Abb.8 und Abb.9b zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse beider Methoden am Strahlrand, während in größerer Entfernung von ihm erhebliche Unterschiede vorhanden sind. Dies ist in Abb. 10 nochmals schematisch dargestellt.

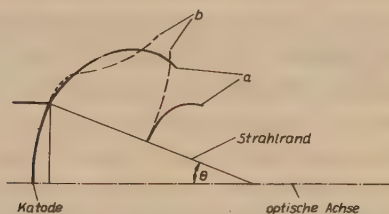


Abb. 10 Die Äquipotentiallinien außerhalb des Elektronenstrahls einer Pierce-Kanone:

- a) analytisch ermittelt,
- b) mit Hilfe des elektrolytischen Troges bestimmt [7] .

Die Ursache für diese Abweichungen liegt wohl im wesentlichen darin, daß beim elektrolytischen Trog endlich ausgedehnte Elektroden benutzt werden, während beim analytischen Verfahren die Elektroden unendlich lang sind. Radley [28] konnte zeigen, daß die genannten Abweichungen der Elektrodenformen nur wenig Einfluß auf das Potential am Strahlrand und damit auf den Strahlverlauf haben; sobald der Abstand der fraglichen Elektrodenanteile von der Strahlkante größer als ein Kathoden-Anodenabstand ist. Man hat deshalb bei der praktischen Ausführung der weit vom Strahlrand entfernten Elektrodenanteile einen gewissen Spielraum

(vgl. die praktischen Beispiele der vorliegenden Arbeit auf S. 100). Es sei noch darauf hingewiesen, daß sich die Bestimmung der Form des Wehneltzylinders vereinfacht, wenn man bedenkt, daß der Winkel zwischen dem auf Nullpotential liegenden und unmittelbar an die Kathode anschließenden Wehneltzylinder und der Strahlkante immer $67,5^\circ$ beträgt. Dies läßt sich für eine Elektronenkanone, die parallele Flachstrahlen erzeugt, direkt mit Hilfe der Funktionentheorie (konforme Abbildung) zeigen [31]. Da sich das Potential in unmittelbarer Kathodennähe einer beliebigen stromverdichtenden Elektronenkanone, wie das einer ebenen Diode, d. h. einer nicht verdichtenden Flachstrahl-Elektronenkanone verhält, gilt dieses Gesetz für alle Elektronenkanonen.

Bisher haben wir uns lediglich mit der Bestimmung der Form der Elektroden von Pierce-Kanonen bei vorgegebenem Öffnungswinkel θ und Radienverhältnis r_a/r_k beschäftigt. Wir müssen im Folgenden noch angeben, wie die Kenndaten der Elektronenkanone, d. h. Perveanz P , Verdichtung V , Lage und Minimaldurchmesser des Elektronenstrahls von θ und von r_a/r_k abhängen. Die Perveanz ergibt sich nach dem oben Gesagten aus Gleichung (2.1,5), wenn man bedenkt, daß die Kathodenoberfläche einer Pierce-Kanone $(1 - \cos \theta) : 2$ -mal so groß ist wie bei der kompletten Kugeldiode. Es gilt also

$$P = \frac{J}{U_a^{3/2}} = 4\tilde{x}\epsilon_0 \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{9} \cdot \sqrt{\frac{e}{m}} \cdot \frac{1}{\alpha^2\left(\frac{r_a}{r_k}\right)} (1 - \cos \theta) \quad (2.1, 21)$$

$$P = 14,67 \cdot 10^{-6} \alpha^{-2}\left(\frac{r_a}{r_k}\right) \cdot (1 - \cos \theta) [A \cdot V^{-3/2}]$$

Zur Berechnung der Verdichtung und Lage des Brennpunktes soll angenommen werden, daß hinter dem Kathoden-Anodenraum die elektrische Feldstärke Null ist. Wir betrachten hierzu Abb. 11. Der Strahlrand schließt vor dem Eintritt in die Anode mit der optischen Achse der Kanone den Winkel ϕ ein. Da die Anodenöffnung unter den genannten Voraussetzungen als Zerstreulinse wirkt, wird der Elektronenstrahl in der Anodenöffnungsebene von der optischen Achse weggebrochen und verläßt die Anode mit dem kleineren Austrittswinkel ψ (Abbildung 11).

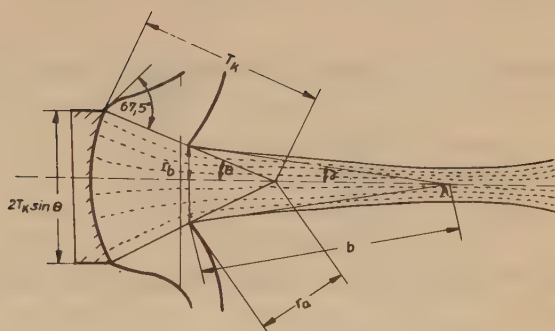


Abb. 11 Linienwirkung der Anodenöffnung einer Pierce-Kanone.
Die Brennweite der Anodenblende ist [25]

$$f_o = - \frac{4 U_a}{E_a}, \quad (2.1,22)$$

wobei E_a die Feldstärke an der Anode bedeutet und U_a die Anodenspannung ist. Diese Gleichung gilt streng nur unter folgenden Voraussetzungen:

1. Die Raumladung in der Anodenöffnung und ihrer Umgebung sei verschwindend klein.
2. Die Anodenöffnung sei wesentlich größer als der Elektronenstrahldurchmesser.
3. Die elektrische Feldstärke hinter der Anode habe den Wert Null.
4. Der Öffnungswinkel θ der Elektronenkanone sei hinreichend klein ($\theta \lesssim 20^\circ$).

Die genannten Voraussetzungen sind in praxi gewöhnlich nicht erfüllt, deshalb können die mit Gleichung (2.1,22) berechneten Kenndaten der Pierce-Kanone nur Näherungswerte sein. Aus Gleichung (2.1,22) ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung

$$E_a = \left(\frac{d\mathcal{H}}{dr} \right)_{r=r_a} = \frac{2}{3} \frac{u_a}{r_k} \cdot \frac{1}{\alpha_a^2} \left[\frac{d\alpha^2}{d\left(\frac{r}{r_k}\right)} \right]_{r=r_a} \quad (2.1,23)$$

die man aus (2.1,6) durch Differentiation nach r erhält

$$f_0 = -6 r_k \cdot \frac{\alpha_a^2}{\left[\frac{d\alpha^2}{d\left(\frac{r}{r_k}\right)} \right]_{r=r_a}} \quad (2.1,22a)$$

Aus Abb. 11 folgt für den Zusammenhang zwischen θ und r

$$\frac{\sin \theta}{\sin r} = \frac{b}{r_a} \quad (2.1,24)$$

Die Bildweite f der Anodenöffnung wird aus den Gesetzen der geometrischen Optik, die auch für achsennahe Elektronenstrahlen anwendbar sind, an Hand von Abb. 12 gefunden.

Es gilt also

$$\frac{1}{f_0} = \frac{1}{b} - \frac{1}{r_a} \quad (2.1,25)$$

Mit (2.1,24) geht (2.1,25) in

$$\frac{\sin \theta}{\sin r} = \frac{1}{1 + \frac{r_a}{f_0}} \quad (2.1,26)$$

über. Setzt man (2.1,22a) in (2.1,26) ein, so folgt

$$\frac{b}{r_a} = \frac{\sin \theta}{\sin r} = \frac{1}{1 - \frac{1}{6\alpha^2} \left(\frac{r_a}{r_k} \right) \left[\frac{d\alpha^2}{d\left(\frac{r}{r_k}\right)} \right]_{r=r_a}} \quad (2.1,27)$$

Wir erkennen an Hand von Gleichung (2.1,27), daß das Verhältnis der Sinusse von Eintrittswinkel θ und Austrittswinkel r bei einer Pierce-Kanone nur vom Radienverhältnis

r_k/r_a abhängt.

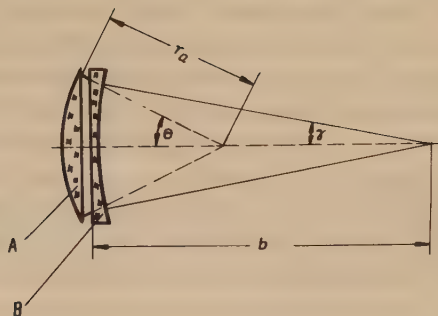


Abb. 12 Linsensystem zur Veranschaulichung der Brechkraft der Anodenöffnung einer Pierce-Kanone.

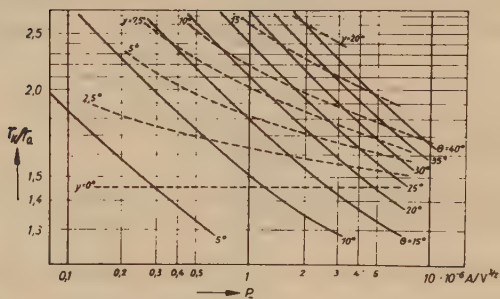


Abb. 13 Zusammenhang zwischen P , θ , γ und r_k/r_a für eine Elektronenkanone nach Pierce [31, S. 230)].

Abb. 13 zeigt den Zusammenhang zwischen Radienverhältnis r_k/r_a , Perveanz P , Öffnungswinkel θ und Austrittswinkel γ . Überdies erkennt man, daß die Zerstreuungswirkung der

Anodenöffnung mit abnehmendem Radienverhältnis zunimmt, und daß für $r_k/r_a = 1,46$ der Elektronenstrahl trotz konvergenter Eintritts in die Anodenöffnung, die Elektronenkanone divergent verläßt. Der Brennpunkt liegt in diesem Falle innerhalb der Kanone. Wenn sich die Elektronen nach dem Passieren der Anode (bei $r_k/r_a > 1,46$) unter dem gleichen Winkel γ fortbewegen würden, so müßten sie alle im Punkt A (siehe Abb. 11) zusammentreffen, und die Kanone hätte eine unendlich hohe Verdichtung. Dies tritt jedoch, wie in der Einleitung bereits gezeigt wurde, nicht ein. Vielmehr spreizt der Elektronenstrahl infolge seiner Raumladung auf, und dadurch ergibt sich ein von Null verschiedener Minimaldurchmesser des Elektronenstrahls, der im allgemeinen nicht bei A liegt.

Der Abstand des Brennpunktes von der Anode und der dazu gehörige kleinste Strahlquerschnitt sollen im Folgenden angegeben werden.

Tritt ein homogener Rundstrahl, dessen Elektronenbahnen homozentrisch sind, unter einem Winkel $\gamma \ll 90^\circ$ mit der Geschwindigkeit $v \ll c$ (c = Lichtgeschwindigkeit) in einen feldfreien Raum ein, so besteht zwischen γ , dem Minimaldurchmesser $2 r_0$ und der Perveanz P nach [16] folgender Zusammenhang:

$$\frac{dr}{dz} = \tan \gamma = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \sqrt{\frac{2m}{e} \ln \frac{r}{r_0}} \cdot P \quad (2.1, 28)$$

(e/m = spezifische Ladung des Elektrons, ϵ_0 = Dielektrizitätskonstante des Vakuums)

An der Anodenöffnung ist $r = r_b$ (vgl. Abb. 11), und es gilt dort

$$\left(\frac{dr}{dz} \right)_{r=r_b} = \frac{r_b}{b} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \sqrt{\frac{2m}{e} \ln \frac{r_b}{r_0}} P_j \quad (2.1, 29)$$

aus (2.1, 29) erhält man die lineare Strahlkompression von der Anode zur Strahltaille

$$\frac{r_b}{r_0} = \exp \left\{ \frac{(4\pi \epsilon_0)^2 \cdot \frac{e}{2m} \cdot \frac{r_b^2}{b^2}}{P^2} \right\} \quad (2.1, 30)$$

Hiermit läßt sich r_o bei vorgegebener Perveanz P und bekanntem r_b in Verbindung mit Gleichung (2.1,25) berechnen. Aus r_o kann wiederum laut Definition die Verdichtung v ermittelt werden

$$v = \frac{F_k}{\bar{x} \cdot r_o^2} \quad (2.1,31)$$

(F_k = Kathodenoberfläche).

Um den Abstand z_o des Brennpunktes von der Anodenöffnung zu erhalten, ist Gleichung (2.1,28) von diesem Brennpunkt ($r/r_o = 1$) bis zur Anode ($r/r_o = r_b/r_o$) zu integrieren. Hieraus folgt

$$\frac{z}{r_o} = \frac{4\pi\epsilon_o}{P \cdot \sqrt{\frac{2m}{e}}} \int_1^{r_b/r_o} \frac{dx}{\sqrt{\ln x}} \quad (2.1,32)$$

Dieses Integral läßt sich mit Hilfe der Substitution $\ln x = u$ auf das Integral

$$\int e^{u^2} du$$

zurückführen:

$$\int_1^{r_b/r_o} \frac{du}{\sqrt{\ln u}} = 2 \int_0^{\sqrt{\ln(r_b/r_o)}} e^{u^2} du,$$

welches in [17, S. 32] tabuliert ist.

Mit den Gleichungen (2.1,21), (2.1,25), (2.1,27), (2.1,29), (2.1,30), (2.1,31) und (2.1,32) können wir die Kenndaten einer Pierce-Kanone, nämlich die Perveanz P , die Verdichtung v und die Lage z_o des Brennpunktes aus dem Radienverhältnis r_k/r_a und dem Öffnungswinkel θ berechnen.

Über den Gültigkeitsbereich der Pierceschen Theorie wird im folgenden Abschnitt berichtet.

2.2 Gültigkeitsgrenzen der elementaren Theorie Piercescher Elektronenkanonen

Die in Abschnitt 2.1 angegebenen Bemessungsregeln für Elektronenkanonen nach Pierce sind unter idealisierten Voraussetzungen abgeleitet worden, dadurch sind der Gültigkeit dieser Regeln Grenzen gesetzt, die im Folgenden näher untersucht werden sollen. Gleichung (2.1,21) für die Berechnung der Perveanz einer Pierce-Kanone gilt nur dann streng, wenn die Anodenöffnung sehr klein gegenüber dem Kathoden-Anodenabstand ist, d. h. für kleine Öffnungswinkel und Radienverhältnisse, also nach (2.1,21) für niedrige Perveanzwerte. Bei größeren Anodenöffnungen wird die Feldstärke $E_p(r)$ im Beschleunigungsraum der Pierce-Kanone gegenüber der Feldstärke $E_k(r)$ in der ungelochten Diode stark vermindert, d. h., es gilt $E_p < E_k$. Der Feldverlauf sieht dann in erster Näherung so aus wie in einer Lochkugeldiode (siehe Abb. 14).

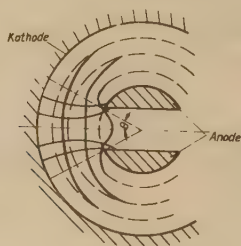


Abb. 14 Schematisch dargestellter Feldstärkeverlauf (ohne Raumladungseinfluß) in einer Lochkugeldiode.

Durch diese Feldstärkeverminderung vor der Kathode wird die Perveanz der Pierce-Kanone gegenüber dem theoretisch berechneten Wert verringert, weil die Feldstärke $E(r)$ der Anodenspannung U_a proportional ist (vgl. 2.1,23) und der Kathodenstrom

I_k mit $U_a^{3/2}$ wächst. Außerdem werden die Elektronenbahnen besonders am Strahlrand in Anodennähe nach außen gekrümmt. Hierdurch vergrößert sich der Elektronenstrahldurchmesser an der Anodenöffnung, und es gelangt ein Teil des Strahlstromes auf die Anode. Dieser Effekt läßt sich durch eine Vergrößerung des Anodenöffnungswinkels θ_a gegenüber dem Kathodenöffnungswinkel θ_k (siehe Abb. 15) reduzieren. Da hierbei auch die Perveanz abnimmt, können die Stromverluste durch diese Maßnahme - besonders bei großen Anodenöffnungswinkeln - nicht mehr hinreichend verkleinert werden.

Der Einfluß der in der Pierceschen Theorie enthaltenen Vereinfachungen auf die Perveanzberechnung wird deutlich, wenn man die aus Gleichung (2.1,21) folgenden Perveanzwerte mit den wesentlich genaueren Werten, die von Hechtel [8] unter Berücksichtigung der Feldstärkeverminderung vor der Kathode ermittelt wurden, vergleicht (siehe Abb. 15). Zunächst sei bemerkt, daß Hechtel zur Berechnung dieser Perveanzwerte die Emissionsfläche der Kathode in eine Anzahl schmaler Kugelzonen unterteilt und jeder Zone eine äquivalente Anode (in Form einer Kugelzone) mit der Spannung U_a (= Anodenspannung) zuordnet. Der Radius jeder äquivalenten Anode wird so gewählt, daß die von ihr erzeugte Kathodenfeldstärke ohne Raumladungseinfluß gleich der Feldstärke ist, die an dieser Stelle von der eigentlichen Anode bei gleicher Anodenspannung U_a hervorgerufen werden würde. Ein expliziter Ausdruck für diese Radien ist von Hechtel nicht angegeben worden. Er wird vom Verfasser auf S. 59 abgeleitet. Mit Hilfe der äquivalenten Anoden kann man nun nach Gleichung (2.1,5) den raumladungsbegrenzten Strom jeder Äquivalentdiode, die aus einer äquivalenten Anode und der zugehörigen Kathodenzone besteht, bei gegebener Anodenspannung berechnen und durch Summation über die Ströme aller Dioden den Gesamtstrom und damit die Perveanz finden.

Die so berechneten Perveanzwerte (ausgezogene Kurven) bei $r_a/r_k = 0,5$ für $1 \leq \theta_a/\theta_k \leq 1,5$ sind zusammen mit denen nach Gleichung (2.1,21) und dem gleichen Radienverhältnis berechneten Werten in Abb. 15 dargestellt. Ein Vergleich der

gestrichelten Kurve mit den ausgezogenen Kurven lehrt, daß Gleichung (2.1,21) für $\theta \leq 20^\circ$, d. h. für $P \leq 1 \cdot 10^{-6} \text{ A.V}^{-3/2}$ gut mit Hechtels Ergebnissen übereinstimmt. Für $\theta_a / \theta_k = 1,3$ ist, z. B. die maximal erreichbare Perveanz ungefähr $2,8 \cdot 10^{-6} \text{ A.V}^{-3/2}$, während sie für $\theta_a / \theta_k = 1,1$ $4,6 \cdot 10^{-6} \text{ A.V}^{-3/2}$ beträgt. Ist dieser Wert der Perveanz nicht ausreichend oder soll die gleiche Perveanz bei einem kleineren Öffnungswinkel θ_k erreicht werden, so müßte das Radienverhältnis $r_a / r_k > 0,5$ gewählt werden. Dabei ist allerdings zu bedenken, daß die Verdichtung der Pierce-Kanone mit zunehmendem r_a / r_k bei fest vorgegebener Perveanz P abnimmt (vgl. Abb. 13). Bei der praktischen Ausführung einer Pierce-Kanone muß überdies stets $\theta_a > \theta_k$ sein, im Gegensatz zur ursprünglichen Pierceschen Theorie, in der vorausgesetzt wird, daß der Strahlrand die Anodenöffnung gerade streift. Dies hat folgende Gründe:

1. Wie oben angedeutet wurde, beginnt die Linsenwirkung der Anode bereits im Beschleunigungsraum der Elektronenkanone, wodurch der Strahlrand von seinem linearen Verlauf (Pierce Theorie) nach außen abweicht.
2. Für $\theta_a / \theta_k = 1$ wird die sphärische Aberration der als Zerstreuungslinse wirkenden Anodenöffnung so groß, daß die Vereinigungsbrennweite der Randstrahlen wesentlich kleiner wird als die der Mittelstrahlen. Hierdurch verliert der Elektronenstrahl die wichtige Eigenschaft der Homozentrität, d. h., die Geschwindigkeitsvektoren sämtlicher Elektronen einer Querschnittsebene des Strahls gehen nicht mehr durch einen Punkt auf seiner Symmetrieachse. Diese Eigenschaft wird aber für die anschließende Fokussierung durch ein Magnetfeld benötigt [36]. Abb. 16 zeigt die relative Bildweite b / r_a in Abhängigkeit vom Startwinkel φ_a der Elektronen. Die gestrichelte Gerade ist die Bildweite der fehlerfreien Anodenlinse, die sich aus Gleichung (2.1,27) ergibt. Wir erkennen in Abb. 16, daß für kleine und mittlere Winkel die Bildweite wesentlich größer als nach Gleichung (2.1,27) ist, während sie für große Startwinkel φ_a unterhalb der gestrichelten Geraden liegt. Dies bedeutet, daß

der Öffnungsfehler mit $\theta_a/\theta_k \rightarrow 1$ beträchtlich zunimmt. Man darf deshalb einen bestimmten Wert von θ_a/θ_k nicht unterschreiten. Als Minimalwert von θ_a/θ_k folgt z. B. aus Untersuchungen von Hechtel [8] für $r_a/r_k = 0,5$ und $32^\circ \leq \theta_a \leq 44^\circ$, $\theta_a/\theta_k \approx 1,3$, wenn man eine maximale Abweichung der Bildweiten b/r_a von 10 % zuläßt. Hieraus ergibt sich in Verbindung mit Abb. 15, daß eine derartig dimensionierte Pierce-Kanone bereits für $P = 1 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ merklich von dem aus Gleichung (2.1,21) folgenden Wert der Pierceschen Theorie abweicht. Dieser Unterschied steigt mit wachsender Perveanz und größer werdendem Öffnungswinkel schnell an. Er liegt z. B. für $P \geq 2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ über 20 % (vgl. Abb. 16). Man kann also mit einer Pierce-Kanone, die einen großen Öffnungswinkel θ hat, entweder einen gut fokussierten Elektronenstrahl kleiner Perveanz ($\theta_a/\theta_k > 1,3$) oder bei hoher Perveanz einen schlecht fokussierten Strahl ($\theta_a/\theta_k < 1,3$) erhalten.

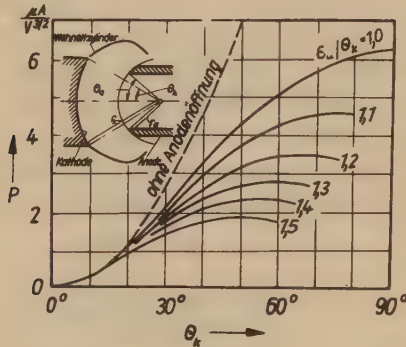


Abb. 15 Perveanz einer Pierce-Elektronenkanone, $r_a/r_k = 0,5$.
 ---- ohne Einfluß der Anodenöffnung,
 — mit Einfluß der Anodenöffnung.

3. Eine weitere Ursache für die Verbreiterung des Elektronenstrahls sind die transversalen thermischen Geschwindigkeits-

komponenten v_t der Elektronen an der Kathode [31]. Die hieraus folgende relative Vergrößerung des Strahldurchmessers beträgt für eine Kugeldiode und damit in erster Näherung für eine Pierce-Kanone [31, S. 234]

$$\frac{\Delta r}{r_a} = 2 \left(\frac{r_k}{r_a} - 1 \right) \sqrt{\frac{U_t}{U_a}} \cdot f\left(\frac{r_k}{r_a}\right) \quad (2.2,1)$$

r = relative Strahlverbreiterung,

r_a = Anodenradius,

U_a = Anodenspannung,

$U_t = \frac{e}{m} v_t^2$ und $f(r_k/r_a)$ = Laufzeitfunktion.

Die Elektronen haben thermische Energien $0 \leq U_t < \infty$. Da der Anteil derjenigen Elektronen mit $U_t > 0,2$ eV sehr gering ist, braucht er nicht berücksichtigt zu werden. Setzen wir $U_t = 0,2$ V, so ergibt sich z. B. für $U_a = 1\,000$ V mit $r_k/r_a = 2$ aus (2.2,1) $\Delta r/r_a = 0,06$ eine,6 %ige Verbreiterung des Strahles an der Anode.

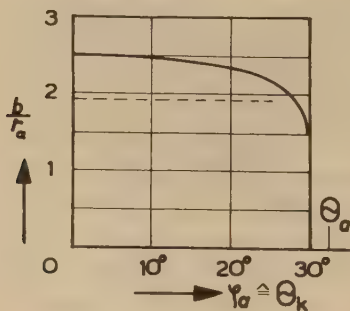


Abb. 16 Öffnungsfehler einer Pierce-Kanone. $\frac{b}{r_a}$ in Abhängigkeit vom Startwinkel γ_a der Elektronen.

2.3 Erweiterung der elementaren Pierceschen Theorie und die Grenzen der Theorie des quasilinearen Strahlverlaufes

Wie im vorangegangenen Abschnitt gezeigt wurde, läßt sich die Piercesche Theorie nur auf Elektronenkanonen mit einer Perveanz $P \leq 1 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ anwenden. Da für Wanderfeldröhren und Klystrons häufig Elektronenstrahlen mit einer Perveanz $P > 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ benötigt werden, hat es nicht an Versuchen gefehlt, auf der Grundlage der einfachen Pierceschen Theorie Bemessungsregeln zu entwickeln, die für Elektronenkanonen höherer Perveanz ($P > 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$, $\Theta > 20^\circ$) brauchbar sind [8, 25, 28, 1]. Am erfolgreichsten waren in dieser Beziehung die Untersuchungen von M. Müller [25], auf die im Folgenden näher eingegangen werden soll.

Zur Berechnung der Perveanz hat Müller die bei Elektronenkanonen mit Öffnungswinkeln $10^\circ \leq \Theta \leq 40^\circ$ und Radienverhältnissen $0,4 \leq r_a/r_k \leq 0,6$ infolge der endlichen Anodenöffnung gegenüber der ungelochten Diode mit gleichem Radienverhältnis auftretende Feldstärkeverminderung (ohne Raumladungseinfluß) im elektrolytischen Trog ausgemessen. Die Anode bestand hierbei aus einem Zylinder, dessen Länge gleich seinem Durchmesser war. Er fand, daß die Kathodenfeldstärke und damit die Perveanz P_{EK} der Elektronenkanone gleich der einer Kugeldiode P_K mit dem Radienverhältnis $\frac{r_a \cdot \cos \Theta}{r_k}$ ist. Es gilt also

$$P_{EK} \left(\frac{r_a}{r_k}, \Theta \right) = P_K \left(\frac{r_a \cdot \cos \Theta}{r_k}, \Theta \right). \quad (2.3,1)$$

Die Abweichung der gemessenen Perveanzwerte von denen aus (2.3,1) folgenden Werten ist für $\Theta = 30^\circ$ und $r_a/r_k \leq 0,6$ geringer als 5 % [25]. Bei Öffnungswinkeln, die größer sind als 30° , ruft die nunmehr relativ große Anodenöffnung, wie bereits in 2.2 beschrieben, eine Feldverzerrung im Elektronenstrahl hervor, wodurch der quasilineare Strahlverlauf im Beschleunigungsraum gestört wird. Müller versucht, den

Anodenöffnungsfehler durch eine schneidenförmige Anode und eine zusätzliche, als Scheibe ausgebildete "Verdichtungselektrode", die Nullpotential hat zu kompensieren. Hierdurch soll der Potentialverlauf an der Strahlkante, insbesondere in Anodennähe, dem der Kugeldiode weitgehend angenähert werden. In Abb. 17 ist der prinzipielle Elektrodenaufbau einer Elektronenkanone nach Müller veranschaulicht.

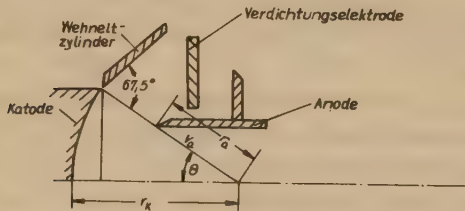


Abb. 17 Prinzipieller Elektrodenaufbau der verbesserten Pierce-Elektronenkanone nach Müller.

Die Lage der "Verdichtungselektrode" hat Müller mit Hilfe des elektrolytischen Troges nach dem gleichen Verfahren bestimmt, wie es in Abschnitt 2.1 beschrieben wurde. Die auf diese Weise erhaltenen Bemessungsregeln gelten nach seinen Angaben für Elektronenkanonen mit einer Perveanz bis zu $4 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ bei etwa 6-facher Verdichtung. Die experimentelle Prüfung dieser Dimensionierungsregeln durch L. E. S. Mathais und P. G. R. King [23], die den von der Elektronenkanone erzeugten Elektronenstrahl mit einem Kohleschirm ausgemessen haben, hat bereits für eine Perveanz von $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ wesentliche Abweichungen von den nach Müller berechneten Werten ergeben. Sie fanden z. B. bei einer Elektronenkanone mit einem Öffnungswinkel $\theta = 35^\circ$ und einem Kathodendurchmesser von 50,8 mm folgendes:

Tabelle

Kenndaten	Perveanz $A \cdot v^{-3/2}$	Minimaldurch- messer mm	Brennweite mm
Berechnung nach Müller	2,2	10,15	56,6
gemessen	2,4 ₁	14,22	34,4

Es sei noch bemerkt, daß neuere Untersuchungen von M. R. Barber und K. F. Sander, die mit einem besonderen, das Raumladungspotential berücksichtigenden elektrolytischen Trog durchgeführt wurden, zu einem ähnlichen Ergebnis führten [1]. Die oben angeführte Tabelle zeigt, daß Müller den Gültigkeitsbereich der Pierceschen Theorie nicht erheblich erweitern konnte. Dies dürfte u. a. am Öffnungsfehler der Anode liegen; denn dadurch wird wie bei der einfachen Pierceschen Theorie die Homozentrität der Elektronenbahnen gestört, und es entsteht kein gemeinsamer Brennpunkt für Rand- und Zentralstrahlen. Dieser Fehler ist wegen des größeren Öffnungswinkels und der rohrförmigen Anode der Elektronenkanone nach Müller noch größer als bei einer scheibenförmigen Anode nach Pierce. Dieser theoretisch erwartete Sachverhalt wurde auch durch neuere experimentelle Untersuchungen vollauf bestätigt [1].

Es ist also nicht möglich, exakte Angaben über die Kenndaten von Elektronenkanonen mit gleichzeitig hoher Perveanz und Verdichtung aus der Pierceschen oder Müllerschen Theorie zu erhalten. Sie beschreiben jedoch mindestens den qualitativen Zusammenhang zwischen der Form und den Eigenschaften dieser Elektronenkanonen. Aus Gleichung (2.1,21) erkennt man, daß durch Vergrößerung des Öffnungswinkels θ sicherlich die Perveanz erhöht wird, wenn auch nicht in dem Maße wie es diese Gleichung angibt. Darüber hinaus zeigt Abb. 13, daß bei konstanter Perveanz der Austrittswinkel γ mit größer werdendem Öffnungswinkel θ wächst. Dies bedeutet, daß mit wachsendem θ

die Strahltaille enger wird und damit sich die Verdichtung erhöht. Eine Elektronenkanone mit hoher Perveanz ($P > 2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$) und Verdichtung ($V > 20$) wird also notwendig einen Öffnungswinkel ($\Theta > 45^\circ$) haben müssen. Derartige Elektronenkanonen sollen im nächsten Abschnitt behandelt werden.

3. Stromverdichtende Elektronenkanonen mit nichtlinearem Strahlverlauf

3.1 Überblick über die bekannten Elektronenkanonen mit nichtlinearem Strahlverlauf

Wie in den Abschnitten 2.2 und 2.3 beschrieben wurde, ergeben sich bei Elektronenkanonen, die nach Unterlagen von I.R.Pierce oder M. Müller aufgebaut sind, beträchtliche Abweichungen von der Theorie, sobald Perveanzwerte $P > 2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ gefordert werden. Der Unterschied zwischen den berechneten und gemessenen Kenndaten derartiger Elektronenkanonen ist hauptsächlich dadurch bedingt, daß die Elektronenbahnen von der in der Pierceschen Theorie vorausgesetzten Gradlinigkeit wesentlich abweichen. Da dieser Effekt mit der Perveanz wächst, entsteht die Frage, ob man nicht ganz auf die in der Pierceschen Theorie zugrunde gelegte gradlinige Elektronenbewegung verzichten muß, um zu Strahlerzeugungssystemen mit Perveanzwerten $P > 2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ und gleichzeitigen Verdichtungen $v > 20$ zu gelangen. Tatsächlich sind Typen von Elektronenkanonen bekannt geworden, in denen sich die Elektronen nicht auf annähernd gradlinigen Bahnen bewegen. Mit diesen Strahlerzeugungssystemen lassen sich sehr hohe Werte der Perveanz ($P > 3 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$) und Strahlverdichtungen ($v > 20$) erreichen. Die erste Elektronenkanone dieser Art wurde von Heil [13] gebaut. Eine von Reed [30] weiter entwickelte, verbesserte Form dieser Kanone ist in Abb. 18 gezeigt.

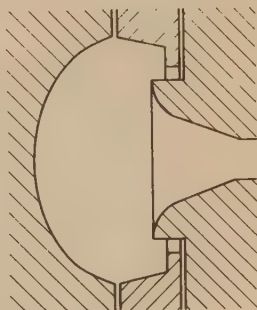


Abb. 18 Elektronenkanone nach Heil mit Verbesserungen durch Reed.

Ihre Perveanz ist $3 \cdot 10^{-6} \text{A} \cdot \text{V}^{-3/2}$, und die Verdichtung liegt bei dem außerordentlich hohen Wert von 75. Der Ort des engsten Strahlquerschnittes ist nicht bekannt. Die Kathode hat die Gestalt eines Ellipsoids. Diese Form wurde wahrscheinlich von Heil gewählt, um den Öffnungsfehler der Anode weitgehend auszugleichen. Der Wehneltzylinder schließt sich thermisch isoliert an die Kathode an. Die von der Pierceschen Theorie abweichende Form und Lage des Wehneltzylinders in der Heil-Kanone ist offenbar eine Folge seiner veränderten Aufgabe. Während der Wehneltzylinder bei der Pierce-Kanone den Strahlrand im Beschleunigungsraum möglichst gradlinig formen soll, hat der Wehneltzylinder der Heil-Kanone nämlich die Aufgabe, dem Strahl einen vorgegebenen nicht gradlinigen Rand im Kathoden-Anodenraum aufzuprägen. Trotz der besonderen Anordnung dieses Wehneltzylinders muß aber auch hier in erster Näherung der Winkel zwischen dem Strahlrand in Kathodennähe und seiner Innenkante $67,5^\circ$ betragen (vgl. S.26). Die Form der Anode hat Heil wahrscheinlich so gewählt, daß die Anode möglichst dicht an die Kathode herangebracht werden kann, ohne in den Elektronenstrahl einzutauchen. Hierdurch kann man im Kathoden-Anodenraum eine maximale Feldstärke und damit eine relativ hohe Perveanz erreichen. Die genaue Elektrodenkonfiguration der Heilschen Elektronenkanone wurde rein empirisch an einer Reihe von Versuchskanonen ermittelt. Eine Begründung für die Formgebung der Elektroden haben Heil sowie Reed und Drechsler nicht gegeben.

Eine andere Elektronenkanone mit nichtlinearem Strahlverlauf wurde von R. Hechtel [9, 8] entwickelt (Abb. 19). Die Perveanz dieser Kanone beträgt $3,6 \cdot 10^{-6} \text{A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ und die Verdichtung je nach Beschleunigungsspannung 25 bis 45. Die Entfernung zwischen dem engsten Strahlquerschnitt und der Anode hat Hechtel nicht veröffentlicht. Die Kathode hat die Form einer Kugelkalotte, die bis an den Rand hin mit einer $[\text{BaSr}]\text{O}$ -Schicht besprüht ist. Der Wehneltzylinder weicht von dem nach Pierce ab und zeigt auch keine Ähnlichkeit mit dem der Heilkanone. Seine Form bildet offenbar mit der jeweiligen Kanone eine Einheit (vgl. Abb. 43). Die Anode der Hechtelschen Kanone

ist trichterförmig. Dadurch ist es Hechtel möglich, ähnlich wie Heil, sie dichter vor der Kathode anzuordnen, als dies mit einem Zylinder der Fall wäre. Die genaue Form und Lage der Elektroden hat er wahrscheinlich mit Hilfe eines Widerstandsnetzwerkes bestimmt [10]. Eine Begründung für die gewählte Elektrodenanordnung hat Hechtel jedoch nicht gegeben.

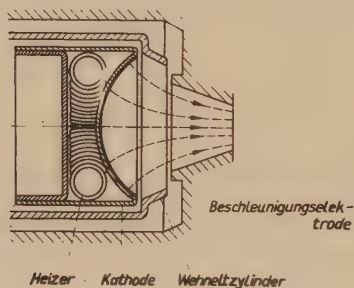


Abb. 19 Elektronenkanone nach Hechtel

Aus der Literatur ist nicht bekannt, ob noch weitere Elektronenkanonen dieser Art gebaut wurden. Die angeführten Beispiele lassen jedoch bereits deutlich erkennen, daß es möglich ist, Elektronenkanonen mit nicht gradlinigem Strahlverlauf zu konstruieren, die den Kierce-Kanonen bezüglich ihrer Perveanz und Verdichtung weitgehend überlegen sind. Allerdings darf man nicht die Schwierigkeiten bei der Entwicklung derartiger Strahlerzeugungssysteme unterschätzen. Der Raumladungseinfluß ist bei ihnen so groß, daß er bei der Bestimmung der Elektronenbahnen auf keinen Fall vernachlässigt werden darf, wenn die Bahnbestimmung überhaupt einen praktischen Wert haben soll (vgl. Abb. 41). Das Raumladungspotential muß also neben dem statischen Potential, welches allein durch die Potentiale der Elektroden erzeugt wird, bekannt sein, um in einer vorgegebenen Nicht-Kierceschen-Elektronenkanone den Strahlverlauf angeben zu können. Zur Ermittlung des Raumla-

dungspotentials einschließlich des statischen Potentials bedarf es besonderer Methoden, auf die im folgenden Abschnitt eingegangen werden wird.

3.2 Eine allgemeine Berechnungsmethode für Hochperveanzkanonen

Die Kenndaten von Elektronenkanonen mit nichtlinearem Strahlverlauf im Kathoden-Anodenraum lassen sich nicht mehr nach der Pierceschen Theorie berechnen. Um bei ihnen Voraussagen über den Strahlverlauf machen zu können, müssen die Elektronenbahnen innerhalb des Beschleunigungsraumes, die durch die Bewegungsgleichung des Elektrons

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{e}{m} \text{ grad } V \quad (3.2,1)$$

($\mathbf{r}$ = Ortsvektor, e/m = spezifische Ladung des Elektrons)

gegeben sind, bekannt sein. An Hand von Gleichung (3.2,1) erkennt man, daß zur Bestimmung der Elektronenbahnen das Potential V als analytische Ortsfunktion ermittelt werden muß. V ist bekanntlich die Lösung der Poissonschen Differentialgleichung

$$\Delta V = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.2,2)$$

(ρ = Raumladungsdichte, ϵ_0 = Dielektrizitätskonstante des Vakuums)

mit der Randbedingung, daß V das vorgegebene Potential auf der Berandung der Elektronenkanone annimmt. Da eine exakte Lösung dieses Problems bis auf wenige Ausnahmen (ebene Diode, Kugel- und Zylinderdiode) nicht existiert, hat man sich seit langem bemüht, Methoden zur Berechnung von Näherungslösungen zu finden, über deren Ergebnisse zunächst kurz berichtet werden soll.

Der elektrolytische Trog als Analogiegerät zur Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung ist uns bereits bekannt (vgl. Abschnitt 2.1). Mit einer speziellen Ausführungsform dieses Troges läßt sich nach Russon-Genon [24] auch die Poissonsche Differentialgleichung (3.2,2) lösen. Man verwendet in dem gewöhnlichen elektrolytischen Trog mit schrägem

Da in unmittelbarer Umgebung der Symmetrieachse die Stromeinspeisung durch diese Fadensonden wegen der gegen Null konvergierenden Sondenlänge y_1 nicht möglich ist, werden hier Flächensonden angewandt. Diese Sonden bestehen aus einer in den Trogboden eingelassenen Widerstandsschicht, deren Oberfläche bei sehr geringer Wassertiefe ($y_3 \lesssim r$) mit der Grundfläche der nachzubildenden zylindrischen Raumladungssäule übereinstimmt (siehe Abb. 20). Der spezifische Widerstand dieser Sonden muß einesteils so groß sein, daß sie keinen wesentlichen Nebenschluß für den Elektrolyten darstellen und andererseits noch so klein sein, daß eine genügend gleichmäßige Strominjizierung gewährleistet ist. Die verwendeten spezifischen Widerstandswerte liegen deshalb in der Größenordnung von 10^6 . Ohm . cm. Bei der praktischen Nachbildung der Raumladung wird das gesamte Gebiet, in dem die Potentialverteilung gemessen werden soll, in so kleine Teile zerlegt, daß die Raumladungsdichte $\rho(r)$ in ihnen als konstant angesehen werden kann. In jedem Teilgebiet wird eine Sonde S derart angeordnet und mit einem solchen Strom I_s gespeist, daß die von der Sonde nachgebildete Raumladungssäule in Größe und Raumladung dem zugehörigen Teilgebiet entspricht. Die sich so einstellende Potentialverteilung berücksichtigt den Raumladungseinfluß. Obgleich dieses Verfahren einfacher als das nach Musson-Genon ist, erfordert es jedoch einen erheblichen apparativen Aufwand bei seiner praktischen Durchführung. Eine andere Methode zur Bestimmung eines Potentialfeldes unter Berücksichtigung der Raumladung besteht darin, den elektrolytischen Trog durch ein aus einer Vielzahl von Widerständen bestehendes Netzwerk zu ersetzen (Abb. 21). Die Elektroden werden hierbei durch direkte Verbindung der mit ihrer Oberfläche zusammenfallenden Knotenpunkte des Netzwerkes nachgebildet. Verläuft die Elektrodenoberfläche zwischen zwei Knotenpunkten des Netzwerkes, so kann die Maschenweite desselben derart verändert werden, daß der nächstliegende Knotenpunkt mit dem der Elektrodenoberfläche zusammenfällt [11]. Legt man an die Elektroden wie beim elektrolytischen Trog die entsprechenden Spannungen und gilt für die Widerstände

$$R_{r,n} = \frac{R_0}{2n} \cdot h, \quad R_{z,n} = \frac{R_0}{2n-1} \cdot h,$$

(n = 1, 2, 3 ... ; h = Maschenweite)

dann stellt sich in den Knotenpunkten die Potentialverteilung ohne Raumladungseinfluß ein. Die Raumladung $\varphi(r,z)$ läßt sich durch Einspeisung der Ströme

$$i_s = \frac{16\pi \cdot \varphi \cdot r \cdot h}{R_0} \quad (3.2,3)$$

in jedem Knotenpunkt berücksichtigen [10]. Mit derartigen Netzwerken lassen sich raumladungsbeschwerte Potentialfelder bei genügend kleiner Maschenweite h sehr genau messen; denn die Abweichung von der wahren Potentialverteilung vermindert sich mit h^2 . G. Liebmann [21] konnte beispielsweise mit einem von ihm entwickelten Netzwerk den maximalen Fehler auf ca. 0,5 % herabdrücken.

Leider stand dem Verfasser ein derartiges Netzwerk nicht zur Verfügung.

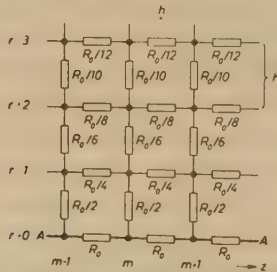


Abb. 21 Widerstandsnetzwerk zur Feldnachbildung bei axial-symmetrischen Systemen.

Neben den oben dargelegten Verfahren zur Ermittlung von raumladungsbeschwerten Potentialfeldern bei vorgegebenen Randbedingungen mit Hilfe von Analogiegeräten sind auch numerische Methoden für die Berechnung dieser Felder entwickelt worden. Charles gibt eine numerische Methode an, die sich für die Berechnung des Potentials gewisser rotationssymmetrischer Anord-

nungen eignet [4]. Er zerlegt die in einem Elektronenstrahl vorhandene Raumladung in dünne zylindrische Scheiben. Das Potential jeder Scheibe läßt sich analytisch berechnen, und durch Summation über alle Teilpotentiale findet man das Gesamtpotential. Die Randbedingung an der Kathode und Anode wird durch ein Spiegelungsverfahren berücksichtigt. Diese Berechnungsmethode hat den Nachteil, daß sie zeitraubend und nicht sehr genau ist.

Ein weiteres numerisches Näherungsverfahren zur Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung für den ebenen und rotationssymmetrischen Fall wurde von H. Liebmann [22] angegeben. Bei diesem Verfahren ersetzt er die Laplacesche Differentialgleichung durch eine Differenzengleichung. Hierzu wird das ganze zu untersuchende Gebiet mit einem zweidimensionalen quadratischen Punktgitter überdeckt, dessen Maschenweite h (h = Seitenlänge eines Quadrates) klein gegenüber den Abmessungen des Gesamtgebietes sein muß.

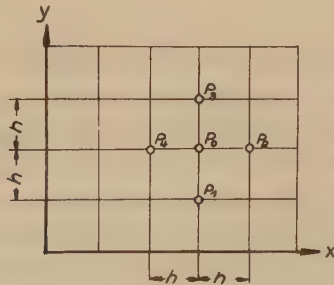


Abb. 22 Rechenetz für das Liebmann-Verfahren im ebenen Fall.

Bei Vorgabe der Potentialwerte auf der Berandung des Gebietes versucht man anschließend mit Hilfe der Differenzengleichung die Potentialwerte in den Gitterpunkten zu bestimmen. Um zu der Differenzengleichung zu gelangen, fassen wir die Potentiale U_0 bis U_4 in einem beliebigen Punkt P_0 und seinen vier Nachbarn P_1 bis P_4 ins Auge und entwickeln U in der Umgebung von P_0 in Taylor-Reihen nach Potenzen von h (vgl. Abb. 22). Die Potenzreihe liefert folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= U_0 - \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_0 h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)_0 h^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 U}{\partial y^3} \right)_0 h^3 + \dots \\
 U_2 &= U_0 + \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_0 h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_0 h^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \right)_0 h^3 + \dots \\
 U_3 &= U_0 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_0 h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)_0 h^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 U}{\partial y^3} \right)_0 h^3 + \dots \\
 U_4 &= U_0 - \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_0 h + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_0 h^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} \right)_0 h^3 + \dots
 \end{aligned} \tag{3.2,4}$$

Unter Vernachlässigung der Glieder höherer als 3. Ordnung ergibt sich durch Addition der U_1 bis U_4 von (3.2,4)

$$U_n = 4U_0 + \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_0 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)_0 \right] h^2. \tag{3.2,5}$$

Setzen wir in (3.2,5) die Laplacesche Differentialgleichung für den ebenen Fall ein, so folgt

$$U_0 = \frac{1}{4} \sum_n^4 U_n. \tag{3.2,6}$$

Liebmann geht nun bei der Berechnung des Potentials von einer geeignet erscheinenden Potentialverteilung aus und korrigiert das Potential jedes Maschenpunktes P_i unter Anwendung von (3.2,6). Bei Benutzung bereits behandelter Punkte sind die neuen korrigierten Potentialwerte einzusetzen. Da jede Potentialänderung in irgendeinem Punkt P_i Potentialänderungen der Nachbarpunkte nach sich zieht, muß dieses Korrektionsverfahren mehrere Male wiederholt werden, um eine hinreichend genaue Lösung der Differenzengleichung (3.2,6) für die vorgegebenen Randbedingungen zu erhalten. Weber [37] hat das Liebmann-Verfahren für rotationssymmetrische Anordnungen angewandt, um das Potentialfeld ohne Raumladungseinfluß für das Strahlerzeugungssystem einer Bildröhre auf der elektronischen Rechananlage IBM 650 zu berechnen.

Eine Weiterentwicklung des Liebmann-Verfahrens stellt die von Southwell [32,31] angegebene Relaxationstechnik dar. Southwell geht von denselben Gleichungen wie Liebmann aus und bildet (im ebenen Fall) eine Größe

$$R_o = \sum_1^4 U_n - 4U_o \quad , \quad (3.2,7)$$

die er Residuum nennt. Erfüllen die Potentialwerte in den fünf Gitterpunkten $P_o \dots P_4$ (siehe Abb. 22) die zur Laplaceschen Differentialgleichung gehörige Differenzengleichung, so ist nach Gleichung (3.2,7)

$$R_o = 0 \quad . \quad (3.2,8)$$

Das Residuum ist also ein Maß für die Abweichung des Potentials U_o von dem die Differenzengleichung (3.2,6) erfüllenden richtigen Wert. Die zu U_o zu addierende Korrektur δU_o , die an dem Potential U_o angebracht werden muß, um die Bedingung (3.2,8) zu erfüllen, folgt aus (3.2,7) zu

$$\delta U_o = \frac{1}{4} R_o; \quad (3.2,9)$$

denn es gilt:

$$R_o^* = \sum_1^4 U_n - 4 \left(U_o + \frac{1}{4} R_o \right) = 0 \quad (3.2,10)$$

(R_o = Residuum vor der Korrektur,

R_o^* = Residuum nach der Korrektur in P_o).

Hechtel [12] hat, ausgehend von der Poissonschen Differentialgleichung im ebenen Fall, das Residuum für ein ebenes Potentialfeld mit Raumladungseinfluß abgeleitet. Es lautet:

$$R_o = \sum_1^4 U_n - 4U_o - \frac{\rho}{\epsilon_o} h^2, \quad (3.2,11)$$

wobei ρ die Raumladungsdichte, ϵ_o die Influenzkonstante und h die Maschenweite ist. Rothe und Kleen haben in [31, S. 177] ohne Ableitung einen Ausdruck für das Residuum bei rotations-symmetrischen, raumladungsbeschwerten Potentialfeldern angegeben. Diese Gleichung gilt allerdings weder für Randpunkte bei nicht gradlinigen Rändern noch für solche Punkte, die auf

der Rotationsachse liegen. Sie ist also gewöhnlich nur für innere Punkte eines Gebietes anwendbar, falls man Achsenpunkte nicht zu inneren Punkten rechnet.

Nähere Angaben, die die Residuenrechnung bei Potentialfeldern unter Berücksichtigung des Raumladungseinflusses für beliebig gestaltete, einfach zusammenhängende, endliche und rotations-symmetrische Gebiete gestatten, sind nicht bekannt.

Der Verfasser wird im Folgenden Ausdrücke für die Residuen angeben, die bei rotationssymmetrischen Systemen mit beliebig geformter Berandung einschließlich der Rotationsachse gültig sind. Bei der Berechnung der Residuen innerer Punkte dieser Systeme sowie ihrer Achsenpunkte wird schließlich noch die Änderung der Residuen der vier Nachbarpunkte, die bei der Korrektur des Potentials eines derartigen Punktes auftritt, berücksichtigt. Hierdurch wird sich die numerische Rechenarbeit bei der Ermittlung der Potentialverteilung herabsetzen lassen.

Zur Lösung der gestellten Aufgabe betrachten wir den ebenen Schnitt $\bar{B}$ eines beliebigen, einfach zusammenhängenden, endlichen und rotationssymmetrischen Bereiches B (Abb. 23).

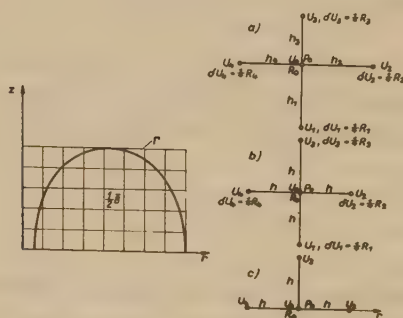


Abb. 23 Ebener Schnitt des Bereiches $\frac{1}{2} \bar{B}$ mit eingezeichnetem quadratischem Punktgitter der Maschenweite h .
a) Randpunkte aus $\frac{1}{2} \bar{B}$ b) innere Punkte aus $\frac{1}{2} \bar{B}$
c) Achsenpunkte aus $\frac{1}{2} \bar{B}$

Wegen der Rotationssymmetrie von B lautet die Poissonsche Differentialgleichung, deren Lösung die gesuchte Potentialverteilung ist, wie folgt:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.2,12)$$

Die Differentialgleichung (3.2,12) wird in $\frac{1}{2} B$ approximativ durch eine Differenzengleichung ersetzt. Diese erhält man aus der Differentialgleichung dadurch, daß man in ihr die verschiedenartigen Differentialoperatoren näherungsweise in jedem Gitterpunkt durch Differenzenquotienten ersetzt. Anschließend lassen sich ähnlich wie im ebenen Fall die Residuen bestimmen. Wir werden hierzu den Bereich $\frac{1}{2} B$ mit einem quadratischen Punktgitter der Maschenweite h überdecken und voraussetzen, daß $h/b \ll 1$ ist, wobei b die linearen Abmessungen des Bereiches B sind (siehe Abb. 23). Nach Vorgabe des Potentials U auf der Berandung Γ von B versucht man nun, die Potentialwerte U_i in den einzelnen Gitterpunkten P_i ($P_i \in B$) so zu bestimmen, daß sie der zur Poissonschen Differentialgleichung gehörigen Differenzengleichung genügen. Darüber hinaus soll die ermittelte Lösung auf Γ die vorgegebenen Werte U annehmen. Zur Berechnung der Residuen eines beliebigen Punktes P_0 aus $\frac{1}{2} B$, der jedoch nicht auf der Rotationsachse z liegen darf, entwickeln wir das Potential $U(r,z)$ in Taylor-Reihen nach Potenzen von h_1, h_2, h_3 und h_4 . Mit h_1, h_2, h_3 und h_4 sind dabei die beliebigen Abstände in cm von P_0 zu den vier Nachbarpunkten bezeichnet, die der Voraussetzung $h/b \ll 1$; ($\nu = 1, 2, 3, 4$) genügen sollen (siehe Abb. 23). Bei Vernachlässigung von Gliedern mit höherer als zweiter Ordnung erhalten wir nach Hinzufügen der zu lösenden Poissonschen Differentialgleichung (3.2,12) ein Gleichungssystem mit den fünf Unbekannten

$$u_0, \frac{\partial u}{\partial r}, \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}, \frac{\partial u}{\partial z} \text{ und } \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} :$$

$$\left. \begin{aligned} U_0 + \sigma - \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_0 h_1 + \sigma + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_0 \frac{h_1^2}{2} &= U_1 \\ U_0 + \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 h_2 + \sigma + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_0 \frac{h_2^2}{2} + \sigma &= U_2 \\ U_0 + \sigma + \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_0 h_3 + \sigma + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_0 \frac{h_3^2}{2} &= U_3 \\ U_0 - \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 h_4 + \sigma + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_0 \frac{h_4^2}{2} + \sigma &= U_4 \\ \sigma + \sigma + \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_0 \frac{1}{r} + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_0 \cdot 1 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_0 \cdot 1 &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \end{aligned} \right\} 3.2,13$$

Wird dieses Gleichungssystem nach U_0 aufgelöst (z.B. nach der Kramerschen Regel), so ergibt sich folgende Beziehung zwischen dem Potential U_0 in P_0 und den Potentialen $U_1 \dots U_4$ der vier Nachbarnpunkte von P_0

$$\bar{U}_0 = \frac{\frac{2r}{h_2+h_4} \left(\frac{U_2}{h_2} + \frac{U_4}{h_4} \right) + \frac{1}{h_3+h_1} \left[(2r+h_1) \frac{U_1}{h_3} + (2r-h_3) \frac{U_3}{h_1} \right] - \frac{\rho \cdot r}{\epsilon_0}}{\frac{2r}{h_2 \cdot h_4} + \frac{2r+h_2-h_1}{h_3 \cdot h_1}} \quad (3.2,14)$$

(r = Abstand zwischen der z -Achse und dem Punkt P_0 in cm).

Da im Folgenden bei der praktischen Rechnung U_0 immer aus den $U_1 \dots U_4$ der vorangegangenen Näherung mit Hilfe von (3.2,14) berechnet wird, es daher zur nächst höheren Näherung gehört und im allgemeinen nicht mit dem vorherigen U_0 -Wert übereinstimmt, wurde es in (3.2,14) mit $\bar{U}_0$ bezeichnet. Für ρ/ϵ_0 erhält man nach Einführung der Stromdichte $j = \rho \cdot v = \rho \sqrt{2 \frac{e}{m} U}$ und Einsetzen der entsprechenden Zahlenwerte unter der Voraussetzung, daß die thermischen Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen gleich Null sind, die Relation:

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = K \cdot \frac{j_0}{\sqrt{U_0}}, \quad (3.2,15)$$

$$K = 1,905 \cdot 10^5 \frac{V^{3/2}}{A}$$

Hierbei ist U_0 das Potential in Volt im Punkte P_0 , während j_0

die Stromdichte in A cm^{-2} in P_0 angibt. Laut Definition (3.2,7) folgt aus (3.2,14) in Verbindung mit (3.2,15) für das Residuum

$$R_0 = 4 \left[\frac{\frac{2r}{h_2 + h_4} \left(\frac{u_2}{h_2} + \frac{u_4}{h_4} \right) + \frac{1}{h_3 + h_1} \left[(2r + h_1) \frac{u_3}{h_3} + (2r - h_3) \frac{u_1}{h_1} \right] - K \cdot \frac{j_0}{\sqrt{u_0}} \cdot r}{\frac{2r}{h_2 h_4} + \frac{2r + h_1 - h_3}{h_1 \cdot h_3}} \right] - 4u_0. \quad (3.2,16)$$

Diesen Ausdruck wird man nur zur Berechnung der Residuen von Randpunkten aus $1/2 \bar{B}$ benutzen, die unmittelbar an der Berandung von $\bar{B}$ liegen, bei denen also alle $h_1 \dots h_4$ -Werte ungleich sein können. Da für innere Punkte stets $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h$ gilt, vereinfacht sich (3.2,14) zu

$$\bar{u}_0 = \frac{1}{4} \sum_1^4 u_i + \frac{u_3 - u_1}{8r} h - \frac{K}{4} \frac{j_0}{\sqrt{u_0}} \cdot h^2 \quad (3.2,17)$$

und das entsprechende Residuum lautet:

$$R_0 = \sum_1^4 u_i + \frac{u_3 - u_1}{2r} h - K \frac{j_0}{\sqrt{u_0}} h^2 - 4u_0. \quad (3.2,18)$$

Es sei noch bemerkt, daß die so erhaltene Residuungleichung (3.2,18), die zur Berechnung innerer Punkte (ausgenommen sind Achsenpunkte) eines rotationssymmetrischen Bereiches $1/2 \bar{B}$ benutzt werden kann, mit der von Rothe und Kleen in [31, S. 177] angegebenen Gleichung übereinstimmt.

Liegt P_0 auf der Rotationsachse ($r = 0$), so werden die Gleichungen (3.2,18) und (3.2,14) singular. Die Singularitäten rühren offenbar von dem Glied $\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}$ der Gleichung (3.2,12) her. Wir müssen also zunächst den Grenzwert $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}$ berechnen und ihn dann in die Differentialgleichung (3.2,12) einsetzen, damit diese in eine für $r = 0$ gültige Gleichung übergeht. Da aus Symmetriegründen die Rotationsachse z das Potential $U(r, z)$ Feldlinie ist, d. h. für $\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=0} = 0$ gelten muß, ist $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r}$ ein unbestimmter Ausdruck, auf den die l'Hospitalischen Regeln anwendbar sind. Aus ihnen folgt

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}}{1} = \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right)_{r=0} = 0. \quad (3.2,19)$$

Setzt man (3.2,19) in (3.2,12) ein, dann geht sie in die Differentialgleichung

$$2 \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.2,20)$$

über. Wird in dem linearen Gleichungssystem (3.2,13) die Differentialgleichung (3.2,12) durch die Differentialgleichung (3.2,20) ersetzt, dann ergibt sich für $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h$ unter Berücksichtigung der axialen Symmetrie des Potentialfeldes $U(r, z)$, ($U_1 = U_3$) durch Auflösung des neuen, dem Gleichungssystem (3.2,13) entsprechenden Systems nach U_0 folgender Zusammenhang zwischen dem Potential in P_0 und seinen drei Nachbarnpunkten

$$U_0 = \frac{1}{6} (U_2 + U_4) + \frac{2}{3} U_3 - \frac{K j_0}{6 \sqrt{U_0}} h^2. \quad (3.2,21)$$

Für das Residuum in einem Achsenpunkt gilt demnach laut Definition (3.2,7) unter Verwendung der Relation (3.2,15)

$$R_0 = \frac{2}{3} (U_2 + U_4) + \frac{8}{3} U_3 - \frac{2}{3} \cdot \frac{K j_0}{\sqrt{U_0}} h^2 - 4U_0. \quad (3.2,22)$$

Die Anwendung der Gleichungen (3.2,16), (3.2,18) und (3.2,22) zur Berechnung eines rotationssymmetrischen Potentialfeldes setzt die Kenntnis einer Ausgangsnäherung (1. Näherung) für das Potential U_0 und die Stromdichte j_0 in allen Gitterpunkten des rotationssymmetrischen Bereiches $\frac{1}{2} \bar{B}$ voraus. Da das Raumladungspotential als Korrektur zu dem Potential ohne Raumladung aufgefaßt werden kann, wird man zweckmäßig von der Potentialverteilung ohne Raumladung $U^{(1)}(r, \theta)$ für die jeweils vorgegebenen Randbedingungen ausgehen. Diese Potentialverteilung läßt sich, wie schon erwähnt, im elektrolytischen Trog ermitteln.

Etwas schwieriger gestaltet sich die Ermittlung einer Ausgangsnäherung für die Stromdichteverteilung $j(r, z)$, der wir uns nun zuwenden wollen. Hierzu genügt die Kenntnis der Stromdichte an der Emissionsfläche der Kathode; denn der weitere Verlauf läßt sich aus den Elektronenbahnen ablesen, die mit Hilfe der 1. Näherung für das Potential bestimmt werden. Wir werden bei den folgenden Betrachtungen, welche sich auf die unmittelbare Kathodennähe beziehen, als Variable wieder r und θ benutzen, weil diese der Kathodenform besonders angemessen sind, und wir werden für die Stromdichte an der Kathodenoberfläche $j(r_k, \theta)$ auch kurz $j_k(\theta)$ schreiben. Zur Ermittlung einer 1. Näherung für $j_k(\theta)$ wollen wir dann folgendermaßen vorgehen:

Zunächst zerlegen wir die Emissionsfläche der Kathode gedanklich in eine Anzahl hinreichend kleiner Kugelzonen und setzen diesen in einem festen Abstand d ($d \ll a$ = Kathoden-Anodenabstand) Ersatzanoden gegenüber, die parallel zu den Kathodenelementen (Kugelzonen) angeordnet sind und den Öffnungswinkel $d\theta$ haben.

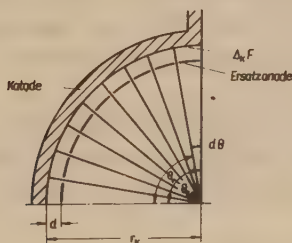


Abb. 24 Äquivalentdiodenmodell zur Berechnung der Kathodenstromdichte $j_k(\theta)$

Wenn jeder Ersatzanode dasjenige Potential $U(r_k - d, \theta)$ zugeordnet wird, das im Abstand d von der Kathode in der ursprüng-

lichen Elektronenkanone (mit Raumladung) herrscht, so stimmt die Kathodenstromdichte in jedem Oberflächenelement Δ_k^F mit der Stromdichte der Originalanordnung überein. Da der Radius der Ersatzanoden $r_k - d$ ist, folgt nun aus (2.1,5) für den Strom ΔI_k einer Kugelzone

$$\Delta I_k = \frac{8\pi\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \frac{U^{3/2}(r_k - d, \theta)}{\alpha^2 \left(\frac{r_k - d}{r_k} \right)} \quad (3.2,23)$$

und damit für die Kathodenstromdichte $j(r_k, \theta)$ eines Kathodenelementes Δ_k^F

$$j_k(\theta) = \frac{\Delta I}{\Delta_k^F} = \frac{4\epsilon_0}{9r_k^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U^{3/2}(r_k - d, \theta)}{\alpha^2 \left(\frac{r_k - d}{r_k} \right)} \quad (3.2,24)$$

Man könnte jetzt daran denken, $U(r_k - d)$ durch die im elektrolitischen Trog ermittelte erste Näherung $U^{(1)}(r_k - d, \theta)$ zu ersetzen. Es zeigt sich aber, daß hierbei die Gesamtstromstärke und damit die Perveanz viel zu groß herauskommt, so daß die Ausgangsnäherung für $j_k(\theta)$, die man aus (3.2,4) damit erhalten würde, ziemlich schlecht wäre. Dies liegt daran, daß in der 1. Näherung für das Potential der Raumladungseinfluß völlig vernachlässigt wird, welcher in Kathodennähe besonders ins Gewicht fällt.

Zu einer besseren Ausgangsnäherung für $j_k(\theta)$ wird man gelangen, wenn man bei der Bestimmung von $U(r_k - d, \theta)$ den Raumladungseinfluß irgendwie berücksichtigt. Dies geschieht auf folgende Weise:

Wir betrachten ein Element der Kathodenoberfläche, dessen Lage durch den Winkel θ beschrieben wird, der für die folgende Betrachtung festgehalten sei. Dann können wir in einem gewissen Abstand eine kugelförmige Anode (Radius $r_a(\theta)$) angebracht denken, die gegenüber der Kathode die gleiche Spannung haben soll wie die wirkliche Anode. An dieser gedachten Anordnung kann man studieren, wie sich das Potential im Raum vor der Kathode mit und ohne Raumladung verhält. Im

raumladungsfreien Fall hätten wir dieses Elektrodensystem als Kugelkondensator zu betrachten. Das Potential im Innern eines Kugelkondensators mit den Radien $r_a(\theta)$ und r_k ist durch folgende Formel gegeben:

$$U_c(r) = \frac{\frac{r_k}{r} - 1}{\frac{r_k}{r_a(\theta)} - 1} U_a. \quad (3.2,25)$$

Der Anodenradius $r_a(\theta)$ soll dann so gewählt werden, daß an der ins Auge gefaßten Stelle vor der Kathode U_c mit $U^{(1)}$ übereinstimmt:

$$\frac{\frac{r_k}{r_k - d} - 1}{\frac{r_k}{r_a(\theta)} - 1} U_a = U^{(1)}(r_k - d, \theta) \quad (3.2,26)$$

$U^{(1)}(r_k - d, \theta)$ wird dabei wie gesagt im elektrolytischen Trog bestimmt und stellt die Potentialverteilung in unserer Elektronenkanone dar, welche entsteht, wenn zwar die Anodenspannung eingeschaltet ist, aber kein Kathodenstrom fließt und damit keine Raumladungen auftreten. Dies entspricht also in unserer Modellordnung dem soeben betrachteten Fall, daß wir das Elektrodensystem als Kugelkondensator auffassen.

Wollen wir nun zum Fall mit Raumladungseinfluß übergehen, so brauchen wir nur diese Anordnung als stromdurchflossene Kugeldiode zu betrachten und erhalten die Potentialverteilung hierfür ($U_D(r, \theta)$) aus Gleichung (2.1,6), also speziell für die Stelle $(r - d, \theta)$:

$$U_D(r_k - d, \theta) = U_A \left[\alpha \left(\frac{r_k - d}{r_k} \right) \alpha^{-1} \left(\frac{r_a(\theta)}{r_k} \right) \right]^{4/3} \quad (3.2,27)$$

Eine bessere erste Näherung für $j(r_k, \theta)$ wird man demnach erhalten, wenn man in Gleichung (3.2,24) für das Potential vor der Kathode nicht $U^{(1)}(r_k - d, \theta)$ also nach Gleichung (3.2,26) das Potential des Kugelkondensators mit den Radien $r_a(\theta)$ und

r_k einsetzt, sondern das Potential der Kugeldiode mit demselben Radienverhältnis, welches durch Gleichung (3.2,27) gegeben ist. Aus der Kathodenstromdichte $j_k(\theta)$ kann schließlich mit Hilfe der Verdichtung die Stromdichteverteilung im gesamten Entladungsraum bestimmt werden. Unter der Verdichtung V verstehen wir dabei das Verhältnis

$$v = \frac{\Delta k^F}{\Delta P_o^F} \quad (3.2,32)$$

(siehe Abb. 25).

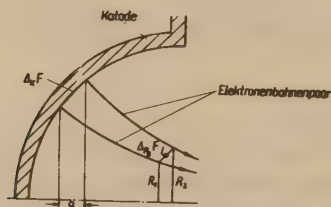


Abb. 25 Skizze zur Veranschaulichung der Berechnung der Verdichtung

Sind in dem Potentialfeld einer Elektronenkanone genügend Elektronenbahnen eingezeichnet, so kann in jedem Gitterpunkt P_o nach Gleichung (3.2,32) die Verdichtung ausgerechnet werden. Die Stromdichte in P_o ergibt sich dann aus der Kathodenstromdichte $j_k(\theta)$ zu

$$j_{P_o}(r, z) = j_k(\theta) \frac{\Delta k^F}{\Delta P_o^F} \quad (3.2,33)$$

Das Flächenelement Δk^F für kugelkalottenförmige Kathoden lautet $\Delta k^F = 2 \pi r \cdot a$, während ΔP_o^F durch die Fläche eines Kegelmantels ersetzt werden kann, der die Elektronenbahnen senkrecht schneidet:

$$\Delta_{P_0} F = \tilde{\alpha} \cdot 1 (R_1 + R_2), \quad (3.2,34)$$

(die Bedeutung der Buchstaben ist aus Abb. 25 zu ersehen).

Nach dieser Relation wurde die Verdichtung V in jedem Gitterpunkt der Elektronenkanone berechnet und mit (3.2,33) die Stromdichte $j(r, z)$ in diesen Punkten gebildet.

Wir wollen im Folgenden noch etwas näher auf die praktische Berechnung eines raumladungsbeschwerten Potentialfeldes eingehen, wobei zunächst der wesentliche Gang der Rechnung und anschließend noch einige Einzelheiten erläutert werden sollen.

Das Rechenverfahren setzt sich aus zwei Rechengruppen, der Haupt- und der Nebenrechnung zusammen. Dabei wird in jeder Rechengruppe iterativ vorgegangen. Die Hauptrechnung besteht dann bei vorliegender n -ter Näherung des Potentialfeldes $U^{(n)}(r, z)$ in der Bestimmung der Elektronenbahnen und der zugehörigen Stromdichte $j^{(n)}(r, z)$. Die Stromdichte $j_k^{(n)}(\theta)$ an der Kathodenoberfläche wird dabei für $n > 1$ nach Gleichung (3.2,24) aus $U^{(n)}$ ermittelt. (Hinsichtlich des Falles $n=1$ s.o.). Mit $j^{(n)}(r, z)$ und $U^{(n)}(r, z)$ haben wir dann nach Gleichung (3.2,15) auch eine n -te Näherung für die Raumladungsdichte $\rho^{(n)}(r, z)$.

Zur nächst höheren Näherung für das Potential $U(r, z)$ gelangen wir durch die Nebenrechnung. Darin wird mit Hilfe der weiter oben beschriebenen Relaxationstechnik das Potentialfeld verbessert, und zwar auf der Grundlage der in der letzten Hauptrechnung bestimmten Raumladungsdichte $\rho^{(n)}(r, z)$. Dazu sind im allgemeinen mehrere Iterationsschritte nötig, wobei als Ausgangsnäherung $U^{(n)}(r, z)$ verwendet wird. Ein Kriterium für die Güte der gewonnenen Potentialfunktion ist durch das Residuum an den verschiedenen Gitterpunkten (siehe Gleichung 3.2,16) gegeben. Fällt dieses hinreichend klein aus, kann die Nebenrechnung beendet werden und wir bezeichnen das Endergebnis mit $U^{(n+1)}(r, z)$. Hiermit kann nun der nächste Schritt der Hauptrechnung durchgeführt werden. Dieses wird allerdings nur dann nötig sein, wenn sich $U^{(n+1)}(r, z)$ von $U^{(n)}(r, z)$ noch merklich unterscheidet. Andernfalls kann die

Rechnung abgebrochen werden.

Wir möchten nun zunächst noch auf einige Einzelheiten der Nebenrechnung eingehen. Zur Durchführung der Nebenrechnung muß die Form der Berandung, d. h. die Elektrodenkonfiguration der Elektronenkanone und das Potential ihrer Elektroden gegeben sein. Das Potential an den Elektroden, welche praktisch eine geschlossene Berandung des Anoden-Kathodenraumes bilden, ist also in allen Näherungsschritten exakt bekannt. Es ist daher zweckmäßig, bei der Bestimmung der Lösung der Differenzengleichung nach den Gleichungen (3.2,16), (3.2,18) und (3.2,22) möglichst weitgehend davon Gebrauch zu machen, weil hierdurch nach relativ wenig Zyklen der Nebenrechnung eine hinreichende Genauigkeit erzielt wird. Man kann also mit der Potentialberechnung in $\frac{1}{2} \bar{B}$, z. B. auf der ersten Parallelen zur Rotationsachse, ausgehend von einem Randpunkt, beginnen (siehe Abb. 23). Anschließend berechnet man das Potential in den einzelnen Gitterpunkten der zweiten Parallelen zur Rotationsachse, wieder vom Rand ausgehend usw., bis das Potential in den Gitterpunkten der letzten Parallelen, das ist die Rotationsachse, berechnet ist. Dann beginnt man wieder von vorn. Bei Beginn der Nebenrechnung muß man darauf achten, ob der erste Punkt, in dem man das Potential berechnen will, Rand- innerer oder Achsenpunkt ist. Angenommen, der erste Punkt P_0 , in dem das Potential berechnet werden soll, ist Randpunkt, dann rechnet man das Residuum nach Gleichung (3.2,16) aus. Anschließend wird

$$\frac{1}{4} R_0 = \delta U_0 \quad (3.2,35)$$

gebildet und zu dem Ausgangswert U_0 in P_0 die Korrektur δU_0 addiert. Dadurch ist der zur nächst höheren Näherung der Nebenrechnung gehörige Wert

$$\bar{U}_0 = U_0 + \delta U_0 \quad (3.2,36)$$

entstanden. Der zweite zur Berechnung gewählte Punkt P_0 sei innerer Punkt. In diesem Fall berechnet man in ihm R_0 nach Gleichung (3.2,13) und bildet, wie oben erläutert, nach den Gleichungen (3.2,35) und (3.2,36) $\bar{U}_0$. Schließlich sei der nächste Punkt Achsenpunkt. Das Residuum R_0 wird in diesem Fall

nach Gleichung (3.2,22) berechnet und $\bar{U}_0$ wie beschrieben gebildet. Können zur Berechnung des Residuums in einem beliebigen Punkt P_0 bereits berechnete $\bar{U}_n$ herangezogen werden, so wird man diese an Stelle der U_n in die jeweilige Residuengleichung einsetzen. Da Potentialänderungen in irgendeinem Punkt P_0 Potentialänderungen in den Nachbarpunkten von P_0 nach sich ziehen, muß man mehrere Male (bei der berechneten Elektronenkanone waren es rd. 15 mal) über das ganze Potentialfeld rechnen, damit die Residuen hinreichend klein werden und somit eine genügend genaue Lösung der Differenzengleichung für eine aus der vorangegangenen Näherung der Hauptrechnung ermittelte Stromdichteverteilung erhalten wird.

Man wird die numerische Rechenarbeit innerhalb der Nebenrechnung herabsetzen können, wenn man den Einfluß der Änderungen der Residuen der vier Nachbarpunkte auf das Residuum R_0 im Punkt P_0 , die bei der Korrektur des U_0 -Wertes auftreten, in 1. Näherung berücksichtigt. Zur Bestimmung dieser Korrektur R_0 , die an R_0 anzubringen ist, setzen wir in den Ausdruck für das Residuum (3.2,18) die Änderungen der umliegenden Potentialwerte $\delta U_n = \frac{1}{4} R_n$ ($n = 1, 2, 3, 4$) ein (siehe Abb. 23) und erhalten damit folgende Gleichung

$$\delta R_0 = \sum_1^4 (U_n + \frac{1}{4} R_n) + \frac{k}{2r} (U_3 + \frac{1}{4} R_3) - \frac{k}{2r} (U_1 + \frac{1}{4} R_1) - \frac{\rho}{\epsilon_0} - 4(U_0 + \frac{R_0}{4}) \quad (3.2,37)$$

Daraus ergibt sich

$$\delta R_0 = \frac{1}{4} \sum_1^4 R_n + \underbrace{\sum_1^4 U_n + \frac{k}{2r} (U_3 - U_1) - \frac{\rho}{\epsilon_0} - 4U_0 - R_0 - \frac{k}{2r} (R_3 - R_1)}_{R_0} \quad (3.2,38)$$

Setzen wir jetzt für R_0 in Gleichung (3.2,35) $R_0 + R_0$ ein, dann ergibt sich als verbesserte Korrektur

$$\delta U_0 = \frac{1}{4} (R_0 + R_0)$$

bzw. (3.2,39)

$$\delta U_0 = \frac{1}{4} R_0 + \frac{1}{16} \sum_1^4 R_n + \frac{k}{32r} (R_3 - R_1)$$

Stiefel [35] hat gezeigt, daß das angewandte Verfahren zur Lösung einer elliptischen partiellen Differentialgleichung unabhängig von der Ausgangsnäherung gegen die richtige Lösung kon-

Ganz entsprechend folgt die verbesserte Korrektur δU_0 der Achsenpunkte, wenn man in Gleichung (3.2,22) die Änderung der Potentialwerte U_2 , U_3 und U_4 in den drei Nachbarpunkten von P_0 , nämlich $\delta U_n = 1/4 R_n$ ($n = 2, 3, 4$), einsetzt, zu

$$\delta U_0 = \frac{1}{4} R_0 + \frac{1}{24} (R_2 + R_4) + \frac{1}{6} R_3. \quad (3.2,40)$$

Bei der Berechnung des Potentialfeldes mit Raumladungseinfluß einer im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Hochperveanzkanone mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschine "Ural" zeigte sich, daß durch Anwendung der eine bessere Näherung darstellenden Ausdrücke (3.2,39) und (3.2,40) an Stelle der Gleichung (3.2,35) für die Korrektur δU_0 die Rechenzeit um rd. 20 % herabgesetzt werden kann, wenn in beiden Fällen die gleiche Genauigkeit erreicht werden soll.

Zur Bestimmung der Elektronenbahnen aus dem berechneten Potentialfeld wurden zwei verschiedene graphische Methoden benutzt, die nachfolgend beschrieben werden. Bei der ersten Methode wird das dem Snelliusschen Brechungsgesetz entsprechende elektronenoptische Brechungsgesetz angewandt. Es wird die stetige räumliche Änderung des Potentials in einem bestimmten, nicht zu großen Feldbereich durch einen Potentialsprung in der Mitte dieses Bereiches ersetzt (siehe Abb. 26).

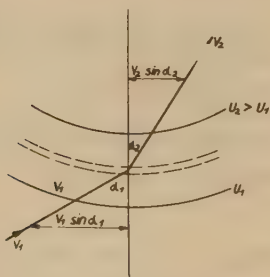


Abb. 26 Potentialverlauf mit eingezeichneter Doppelschicht und dem hiermit konstruierten Elektronenstrahl

Trifft ein Elektron senkrecht auf diese Doppelschicht auf, so bleibt beim Durchlaufen der Schicht seine Bewegungsrichtung erhalten. Es wird daher lediglich seine Geschwindigkeit entsprechend dem Potentialsprung $\Delta U = U_2 - U_1$ geändert. Das Elektron bewegt sich in diesem Spezialfall längs der Feldlinien. Trifft das Elektron dagegen unter einem Winkel $\alpha_1 \neq 0$ gegen das Einfallslot auf die Doppelschicht, so bleibt die Tangentialkomponente seiner Geschwindigkeit $v_1 \cdot \sin \alpha_1$ wegen des Verschwindens der elektrischen Feldstärke in dieser Richtung erhalten, während sich die Normalkomponente der Geschwindigkeit v_1 nach dem Energiesatz ändert (Abb. 26). Es ist

$$v_1 = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_1}, \quad v_2 = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_2}$$

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}} = \sqrt{1 + \frac{U}{U_1}} \quad (3.2,41)$$

Aus Gleichung (3.2,41) läßt sich, nachdem die Lage der Doppelschicht und α_1 bestimmt sind, α_2 berechnen. Mit diesem Winkel wird die Bahnkurve linear bis zur nächsten Doppelschicht verlängert. Da bei dieser Methode die eigentliche Bahnkurve durch einen Polygonenzug ersetzt wird, wurde sie nur an den Stellen des Feldes angewandt, an denen die Krümmung der Bahnen gering ist. Bei großer Bahnkrümmung wurde die Kreisbogenmethode von Salinger [31, S. 169] benutzt. Hierbei wird die Bahn des Elektrons durch aneinander gereihte Kreise ersetzt (Abb. 27).

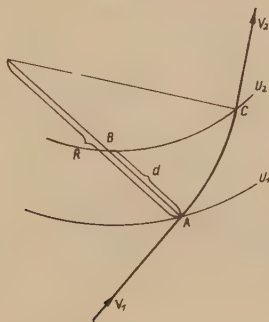


Abb. 27 Potentialverlauf mit eingezeichneter Doppelschicht und dem hiermit konstruierten Elektronenstrahl

Der Radius dieser Kreise ist gleich dem mittleren Krümmungsradius R der Bahnkurve in dem betreffenden Intervall. Der Radius R folgt aus dem Energiesatz und der Forderung, daß in jedem Punkt der Bahn die Zentrifugalkraft $m \cdot v^2/R$ gleich der Kraft sein muß, die das elektrische Feld E_n (= Normalkomponente der elektrischen Feldstärke in bezug auf die Elektronenbahn) auf das Elektron ausübt. Es ist daher für den Krümmungsradius

$$R = \frac{mv^2}{eE_n} \quad \text{zu schreiben.}$$

Daraus folgt

$$R = \frac{2U}{E_n} = \frac{U_1 + U_2}{U_2 - U_1} \quad d. \quad (3.2,42)$$

Für das Potential U wurde näherungsweise $(U_2 + U_1) : 2$ gesetzt, während E_n angenähert $(U_2 - U_1) : d$ ist.

3.3 Eine neue Hochperveanzkanone

Die im vorangegangenen Abschnitt vom Verfasser entwickelte Berechnungsmethode für Hochperveanzkanonen soll nun zur Berechnung einer neuen Elektronenkanone benutzt werden. Wir hatten im Abschnitt 3.2 erkannt, daß zur Ermittlung der Kenndaten einer Hochperveanzkanone ihre Elektrodenkonfiguration und das Potential darauf vorgegeben werden müssen. Die wichtigsten Hilfsmittel zur Auffindung einer geeignet erscheinenden Elektrodenkonfiguration sind die Piercesche Theorie und der elektrolytische Trog. Obgleich die Piercesche Theorie nicht mehr die Berechnung der Kenndaten von Elektronenkanonen mit einer Perveanz über $2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ gestattet, gibt sie dennoch die Richtung an, in der man fortschreiten muß, um zu Elektronenkanonen mit höherer Perveanz zu gelangen. Nach Gleichung (2.1,21) wächst die Perveanz der Pierce-Kanone mit dem Öffnungswinkel θ . Diese Tendenz wird auch bei Elektronenkanonen mit einer Perveanz über $2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ bestehen bleiben, weil jedes Flächenelement Δ_k^F der Kathode, welches mit wachsendem θ zur Emissionsfläche hinzukommt, immer einen positiven Beitrag zur Gesamtperveanz einer Elektronenkanone liefert, der in der Regel nicht so groß sein wird, wie ihn die Piercesche Theorie angibt. Da sich bei einer bestimmten Perveanz der Austrittswinkel γ des Elektronenstrahls mit wachsendem Kathodenöffnungswinkel θ vergrößert und hierbei die Strahltaille enger wird, kann man erwarten, daß durch einen großen Öffnungswinkel auch die Verdichtung erhöht werden kann. Vom Verfasser wurde deshalb der relativ große Wert $2 \theta = 180^\circ$ gewählt. Genauere Einzelheiten des beim Relaxationsverfahren vorzuziehenden Modells der Hochperveanzkanone wurden mit Hilfe des elektrolytischen Troges bestimmt. Dieser Trog bestand aus einem rechteckigen Vinidurgefäß, das in ein Holzgestell eingelassen war. Abb. 28 zeigt diesen Trog T mit dem RC-Generator G, dem Kraftverstärker K, dem Meßverstärker I und dem geeichten Spannungsteiler M.

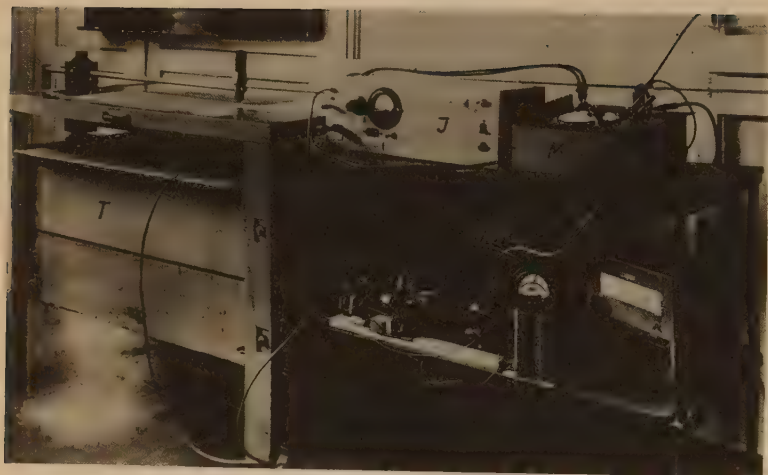


Abb. 28 Elektrolytischer Trog mit zugehöriger Meßanordnung.

In dem Vinidurgefäß wurde ein um 14° gegen den Wasserspiegel geneigter, isolierter Boden (Vinidur) aufgestellt. Auf diesem Boden wurden die Modelle aufgeklebt. Als Elektrolyt diente eine 0,1 n-Sodalösung, der zur Verringerung der Oberflächenspannung ein Netzmittel (Filpon) hinzugefügt wurde. Um zu verhindern, daß der Elektrolyt durch chemische Reaktionen mit den Elektroden verändert wird, wurden graphitierte Messingelektroden benutzt. Zur Verhinderung von Polarisationserscheinungen wurden die Messungen mit Wechselstrom (520 Hz) durchgeführt. Die Wechselspannung lieferte ein 60 Watt Kraftverstärker (2 . ECC 82, 4 . EL 34) mit niederohmigem Ausgang ($3,5\Omega$ bzw. 15Ω), der von dem RC-Generator G gesteuert wurde. Die Potentialverteilung im Elektrolyten wurde mit einer beweglichen, graphitierten Messingsonde S, die die Flüssigkeitsoberfläche berührte, aufgenommen. Sie erhielt durch den geeichten Spannungsteiler M ein vorgegebenes Potential (vgl. Abb. 29).

an Punkte der Flüssigkeitsoberfläche gelangt, an denen das Sondepotential mit dem Flüssigkeitspotential übereinstimmt. Verbindet man diese Punkte, so erhält man die Äquipotentiallinien zu der im Trog befindlichen Elektrodenanordnung. Um die Meßgenauigkeit des elektrolytischen Troges für rotationssymmetrische Elektrodenanordnungen zu prüfen, wurde das Potential eines Kugelkondensators ausgemessen und mit seinem berechneten Potential verglichen (Abb. 31).



Abb. 31 Modell des Kugelkondensators im Trog.

K = Kathode A = Anode
Li = Lichtquelle S = Sonde
Vi = Vinidur

Das Ergebnis dieser Messung zeigt Abb. 32.

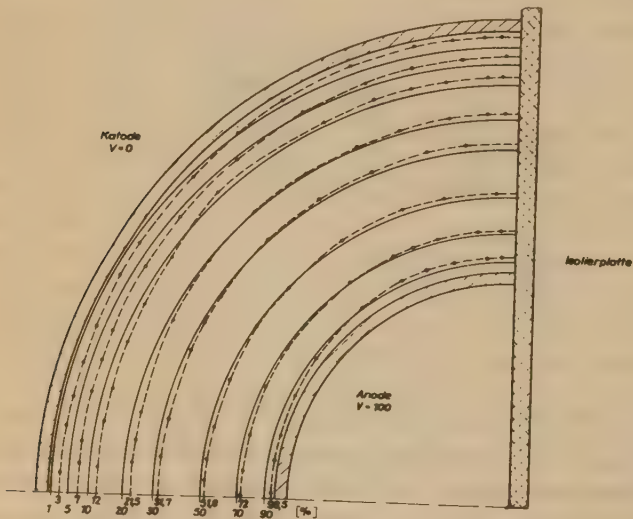


Abb. 32 Potentialverteilung in einem Kugelkondensator; — berechnet, - - - gemessen

Ein Vergleich beider Kurvenscharen läßt erkennen, daß die Abweichung des gemessenen Potentials an den Rändern des Modells am größten ist. Der mittlere prozentuale Fehler des Potentials U_{Trog} bezogen auf die Anode beträgt rd. 2,5 %.

Wir wollen uns nun wieder der Bestimmung der Form der beim Relaxationsverfahren vorzugebenden Elektrodenkonfiguration zuwenden. Wie wir oben schon sahen, wurde der Kathodenöffnungswinkel 2θ der Elektronenkanone 180° gewählt. Mit Hilfe des elektrolytischen Trogas wurde nun versucht, für diese Kathode und eine passende Anode den geeigneten Wehneltzylinder in 1. Näherung zu finden. Hierbei wurde nach folgenden Gesichtspunkten vorgegangen:

Die Anode soll eine möglichst kleine Öffnung haben, damit die Kathodenfeldstärkeverminderung gegenüber der ungelochten Kugeldiode relativ klein bleibt. Zum anderen muß die Anode so geformt sein, daß sie möglichst dicht vor der Kathode angeordnet werden kann, ohne in den Elektronenstrahl einzutauchen. Hierdurch würde man bei gegebenem Kathodenöffnungswinkel, unabhängig von der Größe der Anodenöffnung, eine relativ hohe Perveanz erhalten. Diejenige Anode, die man am dichtesten vor der Kathode anordnen kann, muß eine trichterförmige Bohrung haben, deren Innenseite gerade immer um den Betrag zurückweicht, um den der Elektronenstrahl dünner wird. Im allgemeinen wäre die Innenseite einer derartigen Anode kein Kegelmantel, sondern sie hätte irgendeine parabolische Form und ließe sich deshalb technisch schwer herstellen. Aus diesem Grunde wurde die Anodenbohrung in dem endgültigen Modell der Hochperveanzkanone als Kegelmantel mit einem Konuswinkel von 20° ausgebildet. Die Länge der Anode betrug 3,2 mm. Eine so gewählte Anode hat einesteils eine relativ kleine Öffnung und läßt sich andererseits, wie sich später ergab (siehe Abb. 43), noch in einem verhältnismäßig kleinen Abstand vor der Kathode anordnen, ohne dabei in den Elektronenstrahl einzutauchen.

Die Form und Lage des Wehneltzylinders muß so bestimmt werden, daß das Potential am Kathodenrand bis in Anodennähe möglichst gut mit dem in der kompletten Kugeldiode übereinstimmt. Dadurch wird man erreichen, daß die Elektronen aus der Nähe des

Kathodenrandes auf ähnlichen konvergenten Bahnen in die Anodenöffnung gelangen, wie die aus dem Zentrum der Kathode kommenden.

Von den genannten Gesichtspunkten geleitet, hat der Verfasser systematisch verschiedene Modelle von Elektronenkanonen im elektrolytischen Trog aufgebaut und die Potentialverteilung (ohne Raumladung) in ihnen ausgemessen. Zu jeder Potentialverteilung wurden die Elektronenbahnen konstruiert und damit in 1. Näherung der Strahlverlauf im Entladungsraum erhalten. Abb. 33 zeigt eines der ersten Versuchsmodelle mit eingezeichnetem Potentialfeld und der zugehörigen Randbahn des Elektronenstrahls. Bei diesem Modell wurde die Innenseite der Anode noch ohne Rücksicht auf die technische Realisierbarkeit parabolisch ausgebildet. Die parabolische Form ist bei späteren Modellen, wie schon beschrieben, durch eine lineare ersetzt worden. Für den Wehneltzylinder wurde eine der Pierce-Kanone entsprechende Form und Lage gewählt. Man erkennt, daß bei dieser Elektrodenanordnung der Elektronenrandstrahl bereits ohne Raumladungseinfluß auf die Anode treffen würde. Dies liegt daran, daß die zwischen Kathode und Anode im Gebiet des Strahlrandes verlaufenden Äquipotentiallinien einen solchen Winkel gegenüber der Kathode haben, daß die Randbahn der Elektronen schon innerhalb dieses Bereiches wesentlich in Anodenrichtung gekrümmt wird. Dieser Effekt läßt sich offenbar vermeiden, wenn man dem Wehneltzylinder eine solche Form und Lage gibt, daß die Äquipotentiallinien in dem genannten Gebiet entweder parallel zur Kathode verlaufen oder einen derartigen Winkel mit ihr bilden, daß die Randbahn dort gegenüber der Anode schwach konvex gekrümmt ist. Ein Wehneltzylinder W, der diese Forderung hinreichend gut erfüllt, wurde im elektrolytischen Trog gefunden. Abb. 35 veranschaulicht den Elektrodenaufbau im Trog mit dem entsprechenden Wehneltzylinder W, der Kathode K und der Anode A. Mit S ist die Sonde bezeichnet. Die in diesem Modell gemessenen Äquipotentiallinien und der dazu konstruierte Elektronenstrahl sind in Abb. 34 wiedergegeben. Die Elektronenbahnen lassen erkennen, daß es darüber hinaus gelungen ist, den Öffnungsfehler der Anode weitgehend auszugleichen.

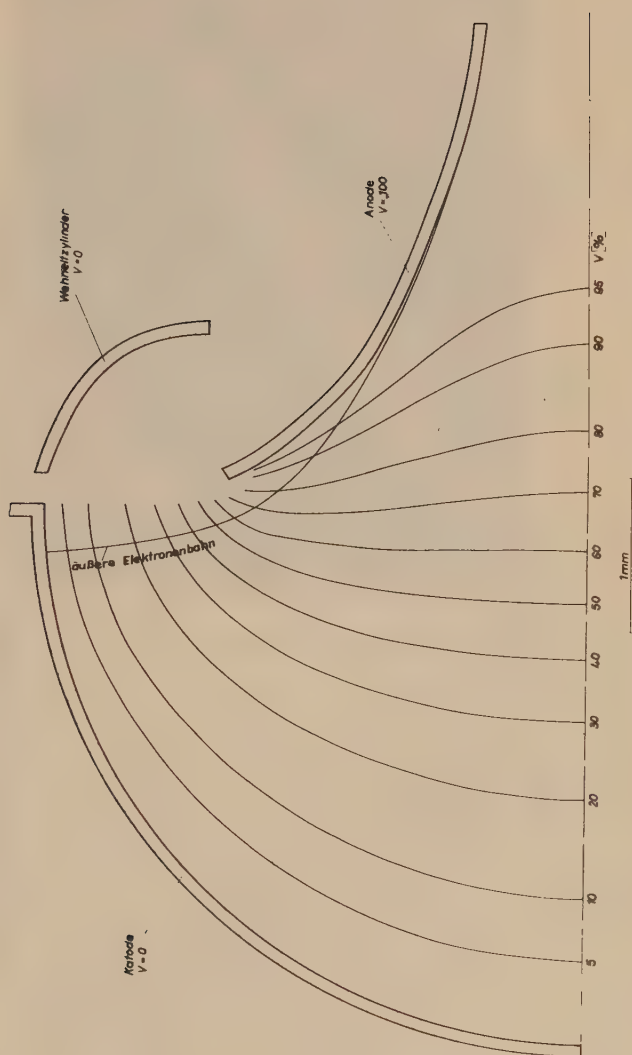


Abb. 33 Potentialverteilung und Randbahn einer versuchsweise aufgebauten Elektrodenanordnung für eine Hochperveanzkanone

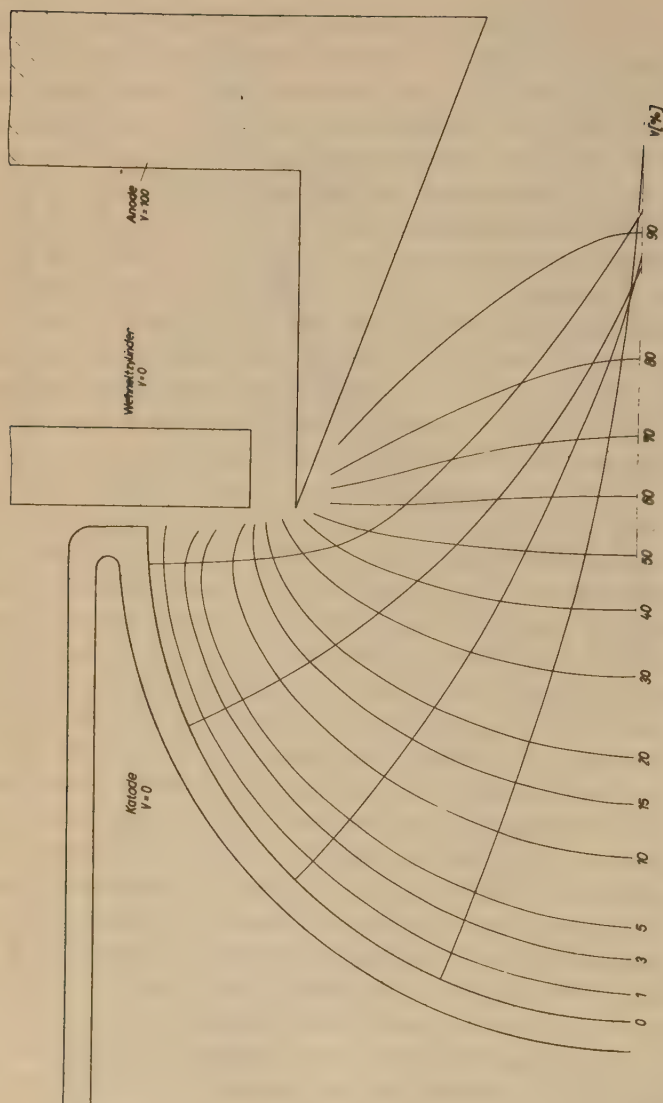


Abb. 34. Potentialverteilung und Elektronenbahnen der 1. Näherung (Potentialverteilung ohne Raumladungseinfluß)



Abb. 35 Elektrodenaufbau der entwickelten Elektronenkanone im Trog
(A = Anode, K = Kathode, W = Wehneltzylinder, S = Sonde)

Die Bahnen schneiden sich nicht in einem Punkt auf der Rotationsachse, wie es im Idealfall sein müßte, aber doch auf einer relativ kleinen Strecke Δz . Ohne Raumladungseinfluß läge der Brennpunkt dieser Kanone innerhalb der Anode. Nun wissen wir aber, daß das Raumladungspotential das Potential ohne Raumladungseinfluß herabsetzt, und zwar besonders in den Punkten des Feldes, in denen dieses Potential (ohne Raumladungseinfluß) relativ klein und die Stromdichte hoch ist. Hierzu gehören in der Elektrodenanordnung von Abb. 34, wie man bereits aus dem Potential- und Strahlverlauf ohne Raumladungseinfluß erkennt, vornehmlich Punkte in der Nähe der Rotationsachse. Die Äquipotentiallinien werden demnach unter Berücksichtigung des Raumladungseinflusses, besonders in der Nähe der Rotationsachse,

einen größeren Krümmungsradius haben als in dem Feld ohne Raumladungseinfluß. Dies hat zur Folge, daß die Elektronenbahnen in dem raumladungsbeschwerten Potentialfeld nicht so stark konvergieren wie in dem Feld, das allein durch die Spannungen der Elektroden erzeugt wird. Der Brennpunkt wird also beim Betrieb der Elektronenkanone einen größeren Abstand von der Kathode haben als in Abb. 34. Die genaue Größe dieses Abstandes kann jedoch erst die Rechnung ergeben. Trotz dieser zu erwartenden Vergrößerung der Brennweite der Elektronenkanone, die ja mit einer Verbreiterung des Elektronenstrahls verbunden ist, erschien es dem Verfasser wahrscheinlich zu sein, daß der Elektronenstrahl die Anode noch passiert, ohne sie zu berühren.

Für dieses Modell wurde die Potentialverteilung mit Raumladungseinfluß (2. Näherung der Hauptrechnung) nach der im Abschnitt 3.2 angegebenen Berechnungsmethode m. p. berechnet. Abb. 36 zeigt das bei dieser Rechnung benutzte Punktgitter mit den unterschiedlich gekennzeichneten Rand-, inneren und Achsenpunkten. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Abb. 37 wiedergegeben. Man erkennt zunächst, daß die an Hand der Rechnung erhaltenen Äquipotentiallinien eine ähnliche Form haben wie jene ohne Raumladungseinfluß (Abb. 34). Der Unterschied beider Potentiale auf der Rotationsachse liegt etwa zwischen 5...10% der Anodenspannung. Ferner fällt der relativ große Einfluß des Raumladungspotentials auf das Potential ohne Raumladungseinfluß innerhalb der Anode auf. Dies liegt daran, daß das Potential ohne Raumladungseinfluß an den Stellen des Feldes mit relativ hoher Stromdichte besonders stark herabgesetzt wird.

Erinnern wir uns daran, daß die 1. Näherung für die Stromdichte an der Kathodenoberfläche und damit für die Perveanz nicht einfach durch Einsetzen von $U^{(1)}(r, z)$ in Gleichung (3.2, 24), sondern nach einem verfeinerten Verfahren ermittelt wurde, das auf S. 58 - 59 beschrieben worden ist. Dabei ergab sich für die Perveanz ein Wert $P^{(1)} = 4,76 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$. Dieses verfeinerte Verfahren ist allerdings bei den höheren Näherungen nicht mehr anwendbar. Daher muß man damit rechnen, daß die 1. Näherung für die Perveanz dem wahren Wert unter Umständen näher kommt als die zweite. Hierfür ergab sich nämlich

ein wesentlich größerer Wert ($P^{(2)} = 6,8 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$), was vermutlich darauf zurückzuführen ist, daß der Raumladungseinfluß in dieser Näherung noch nicht genügend berücksichtigt ist. Dem Verfasser erschien es daher zweckmäßig, für die 3. Näherung zwar die aus $U^{(2)}$ ermittelten Elektronenbahnen zugrunde zu legen, jedoch den Strom mit Hilfe des Perveanzwertes der 1. Näherung zu bestimmen. Dies erwies sich später als gerechtfertigt, da die 3. Näherung einen Perveanzwert ergab, der sich von $P^{(1)}$ nicht mehr wesentlich unterschied. ($P^{(3)} = 4,86 \cdot 10^{-6} \text{ A V}^{-3/2}$)

Die Elektronenbahnen der 2. Näherung zeigen deutlich, daß der Brennpunkt, wie es erwartet wurde, sich in Richtung des Anodenausganges verschoben hat. Er liegt, nach dem Strahlverlauf zu urteilen, etwa 0,5 ... 1 mm hinter der Anode. Das Verhältnis von dem Strahlquerschnitt am Ausgang der Anodenöffnung zur Emissionsfläche der Kathode beträgt rd. 1 : 150, d. h., die aus der 2. Näherung erhaltene Verdichtung ist ungefähr 150-fach.

Die in 2. Näherung berechnete Potentialverteilung und der zugehörige Strahlverlauf geben uns noch keinen genügend genauen Aufschluß über die Kenndaten der Elektronenkanone. Insbesondere reicht wie gesagt diese Näherung noch nicht aus, um die Perveanz zu bestimmen. Darüber hinaus läßt sich noch nicht hinreichend gut abschätzen, wie stark die Form des Elektronenstrahls, die aus der 3. Näherung des Potentialfeldes folgt, von der aus der 2. Näherung erhaltenen abweichen wird. Es ist deshalb unerläßlich, eine 3. Näherung des Feldes zu berechnen, falls man allein aus der Rechnung zuverlässigere Angaben über die Kenndaten der Elektronenkanone machen will.

Um die relativ lange Rechenzeit, die zur Berechnung der 2. Näherung ungefähr bei zweieinhalb Monaten lag, für die 3. Näherung abzukürzen und damit gleichzeitig die Anwendung der Berechnungsmethode von Abschnitt 3.2 auf die praktische Entwicklung von Hochperveanzkanonen zu erleichtern, wurde die 3. Näherung mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschine "Ural" berechnet. Der Verfasser hatte von Herrn Dr. Bachmann, dem Leiter des Rechenzentrums im Institut für Angewandte Mathematik und Mechanik der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, die Erlaubnis erhalten, das Potentialfeld mit der "Ural"

zu berechnen. Hierzu mußte ein Rechenprogramm angefertigt werden, das mittels Lochstreifen in die Maschine eingegeben wird. Nach der Eingabe des Programms kann man die Rechnung dem Programm entsprechend in der Maschine ablaufen lassen. Der Befehls-schlüssel der Maschine sowie einige Erläuterungen dazu und das Programm werden später angegeben.

Zunächst wollen wir auf die Ergebnisse eingehen, die mit der "Ural" erhalten wurden. Es sei zuvor darauf hingewiesen, daß zur Berechnung der 3. Näherung des Potentialfeldes mit der "Ural" das gleiche Punktgitter wie für die Berechnung der 2. Näherung benutzt wurde (Abb. 36). Die Potentialwerte der 2. Näherung in den einzelnen Gitterpunkten wurden als Ausgangswerte verwendet. Hieraus wurde nach dem in Abschnitt 3.2 erläuterten Verfahren die neue Stromdichteverteilung $j_2(r, z)$ für die Berechnung der 3. Näherung erhalten (Abb. 38). Von den genannten Potentialwerten ausgehend wurde anschließend für die fest vorgegebene Stromdichteverteilung $j_2(r, z)$ in Abb. 38 die Potentialverteilung der 3. Näherung mit der "Ural" nach den Gleichungen (3.2,16), (3.2,18), (3.2,22), (3.2,35), (3.2,36), (3.2,39) und (3.2,40) berechnet. Die Maschine mußte rd. 15 mal über das ganze Feld rechnen, damit die Residuen kleiner als 1 % der Anodenspannung wurden. Hierzu benötigte sie ca. 45 Minuten. Durch Änderung einiger Befehle (siehe S. 96) vom Steuerpult der Maschine aus, war es möglich, das Potentialfeld auch nach der Gleichung $\oint U_0 = 1/4 R_0$ korrigieren zu lassen. Hierbei verlängerte sich die Rechenzeit um ca. 20 %. Das Programm ist so aufgestellt, daß die Maschine automatisch alle berechneten Potentialwerte und die dazugehörigen Residuen ausdruckt, wenn die Absolutbeträge aller Residuen kleiner als 1 % der Anodenspannung sind. Für die Ausgabe des Zahlenmaterials wurden etwa fünf Minuten benötigt. Abb. 39 enthält die mit der Maschine berechneten Potentialwerte der 3. Näherung. Die zugehörige Residuenverteilung ist in Abb. 40 wiedergegeben. Aus den Potentialwerten (Abb. 39) wurden durch lineare Interpolation die Äquipotentiallinien erhalten. Sie sind in Abb. 41 zusammen mit den zugehörigen Elektronenbahnen dargestellt. Man erkennt an Hand der Abb. 41, daß die Äquipotentiallinien in ihrer Form und Lage

nur wenig von denen der 2. Näherung abweichen. Wie wir schon erwähnt haben, beträgt die aus dem Potentialfeld berechnete Perveanz $4,86 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$. Sie unterscheidet sich damit nur unbedeutend von dem vorgegebenen Wert $4,8 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$. Es ist deshalb sehr wahrscheinlich, daß die Stromdichteverteilung, die Potentialverteilung mit Raumladungseinfluß und die Perveanz selbst nur noch wenig von den richtigen Werten abweichen. Weiterhin erkennt man beim Vergleich des Strahlrandes der 1., 2. und 3. Näherung in Abb. 42, daß das Verfahren so rasch konvergiert, daß die 4. Näherung des Strahlrandes wahrscheinlich bereits innerhalb der Zeichengenauigkeit mit der aus 3. Näherung übereinstimmen wird. Es wurde deshalb von der Berechnung der 4. Näherung abgesehen. Dieses Vorgehen wurde nachträglich durch die Meßergebnisse gerechtfertigt. Der nach der Gleichung (4.2,7) berechnete engste Strahlquerschnitt liegt etwa 0,8 ... 1 mm hinter der Anode. Weiterhin läßt der Strahlverlauf erkennen, daß der Öffnungsfehler der Anode weitgehend ausgeglichen ist. In der folgenden Tabelle sind die berechneten Kennwerte der Elektronenkanone noch einmal zusammengefaßt.

Perveanz	$4,86 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$
Verdichtung	$\approx 100\text{-fach}$
Lage des engsten Strahlquerschnittes in mm von der Anode	0,8 ... 1
Öffnungsfehler der Anode	$\lesssim 10 \%$

Bevor wir zur experimentellen Untersuchung der Elektronenkanone übergehen, wollen wir die bereits erwähnte Berechnung des raumladungsbeschwerten Potentialfeldes der Elektronenkanone mit Hilfe der elektronischen Rechenmaschine "Ural" beschreiben.

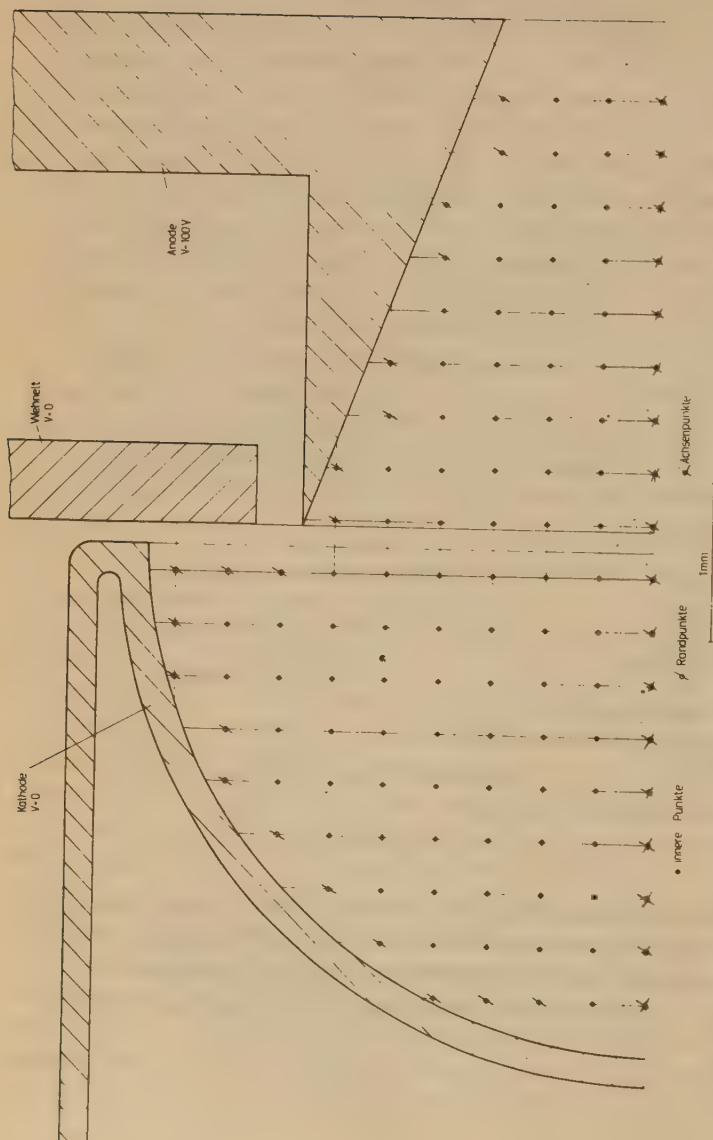


Abb. 36 Punktgitter zur Berechnung des Potentials.

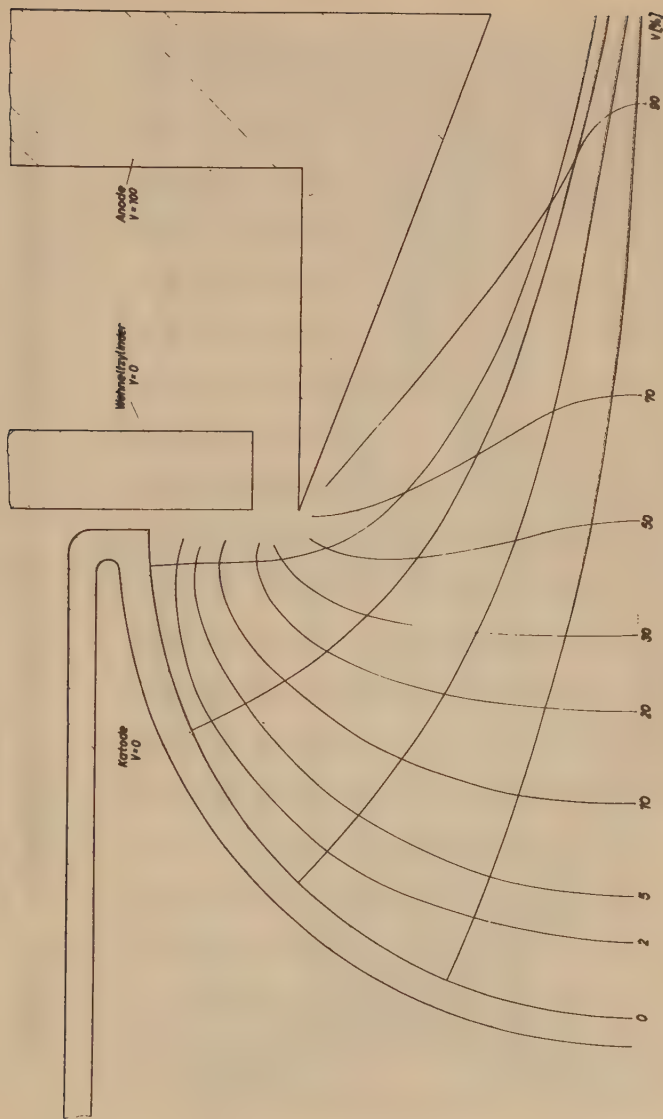


Abb. 3'7 Potentialverteilung u. Elektronenbahnen d. 2. Näherung

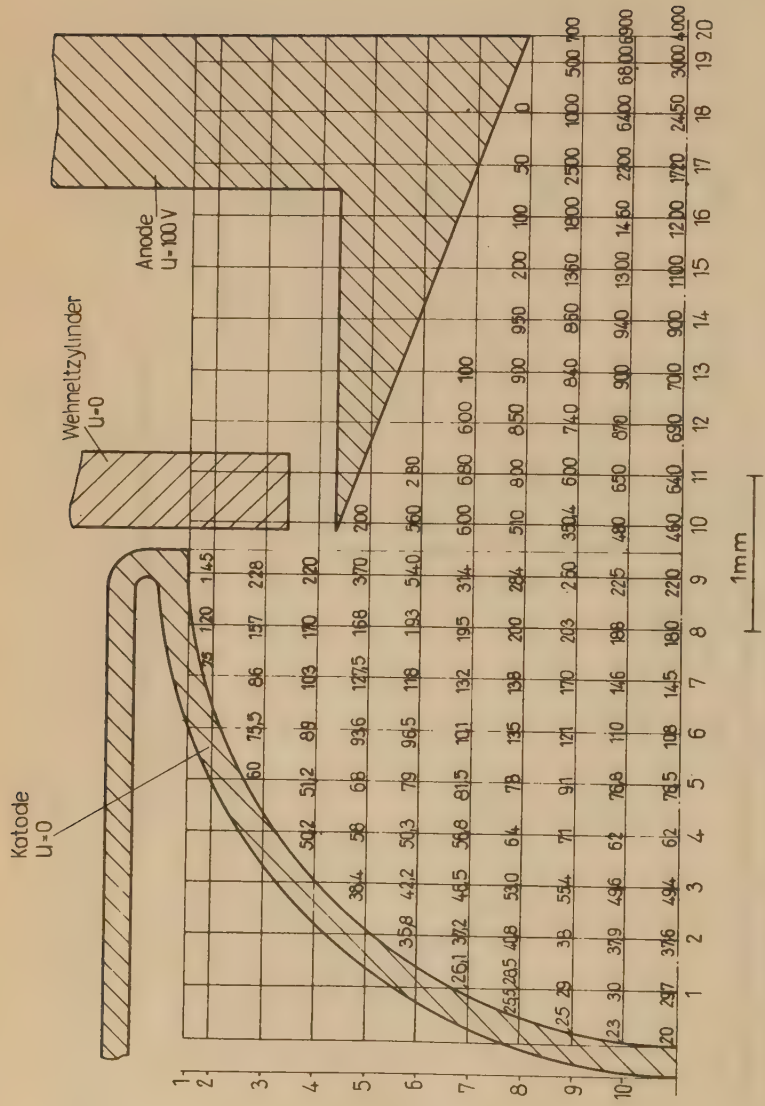


Abb. 38 Stromdichte-Verteilung $j(r, z)$ für die 3. Näherung

Die j -Werte sind bei $U_A=100$ Volt mit 10^{-3} malzunehmen, dann erhält man $j(r, z)$ in $\frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$

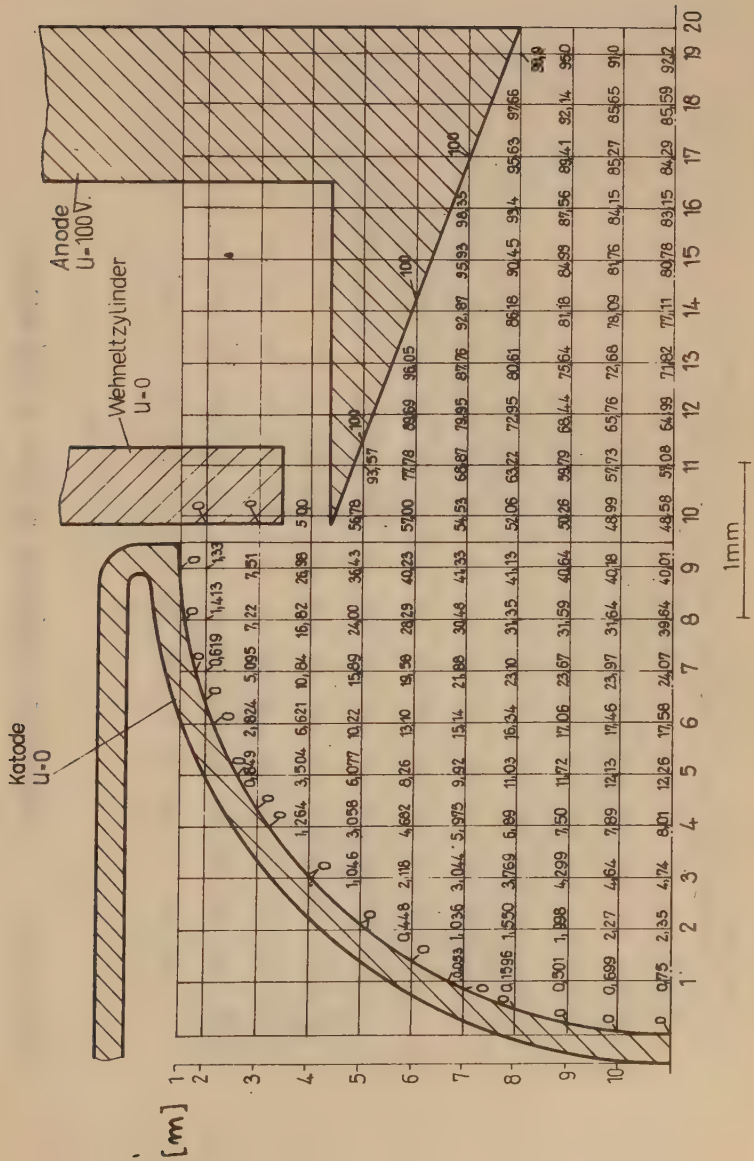


Abb.39 Potentialverteilung mit Raumladungseinfluß (3. Näherung)

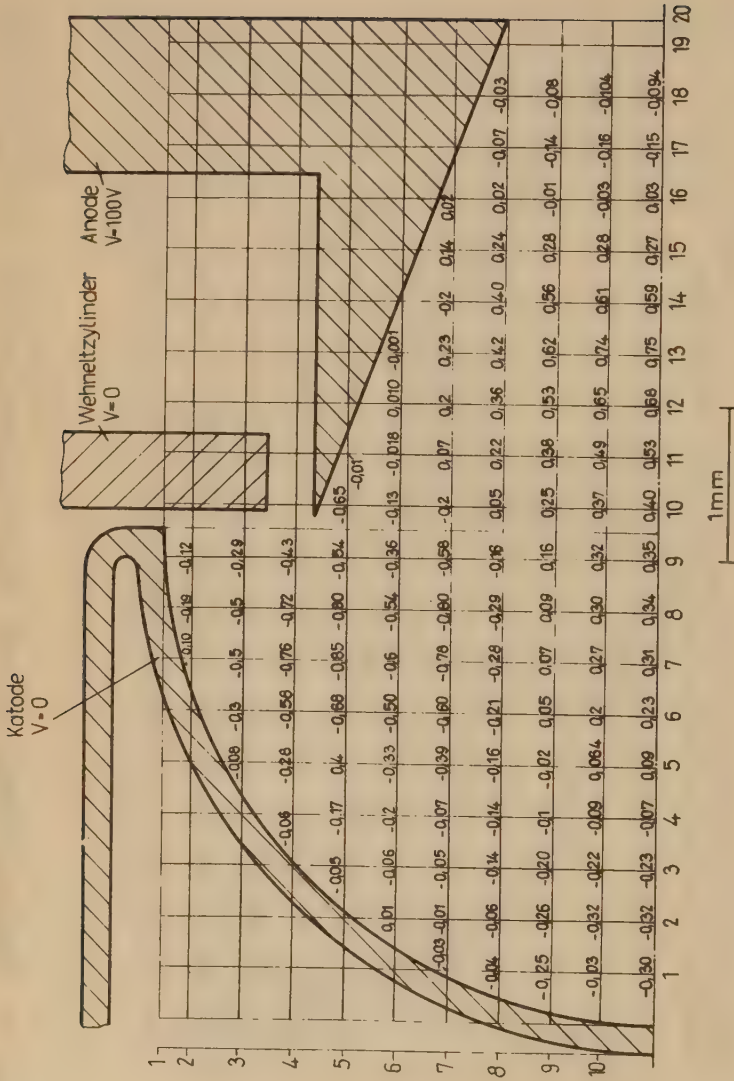


Abb. 40 Residuenverteilung der 3. Näherung

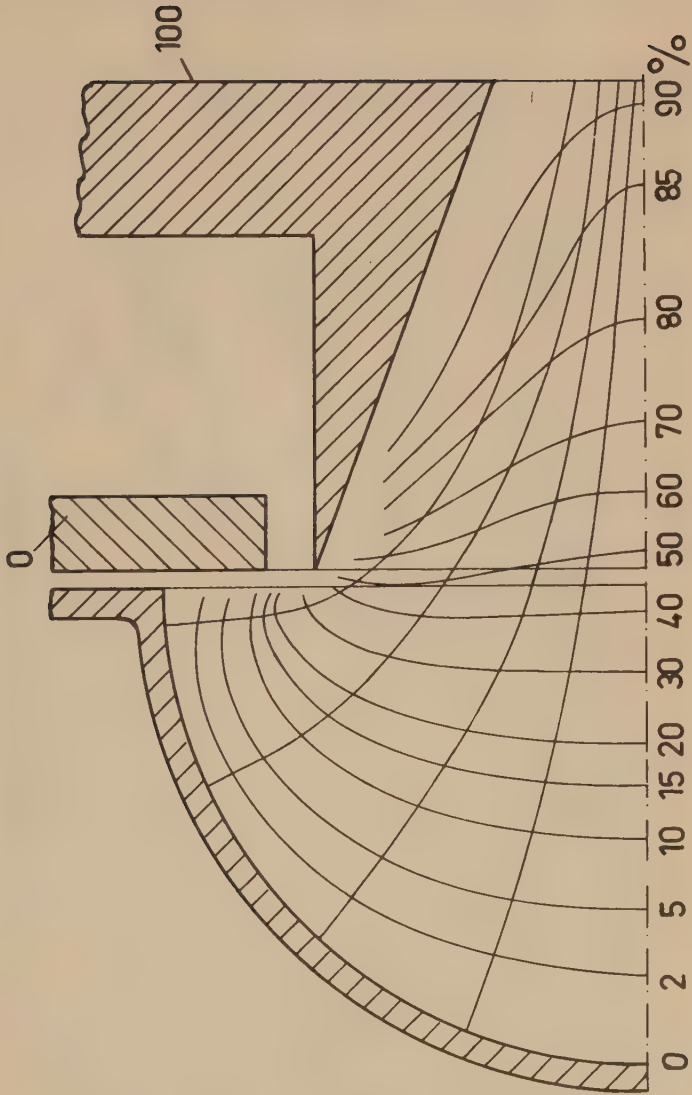


Abb.41 Potentialverteilung u. Elektronenbahnen der 3. Näherung

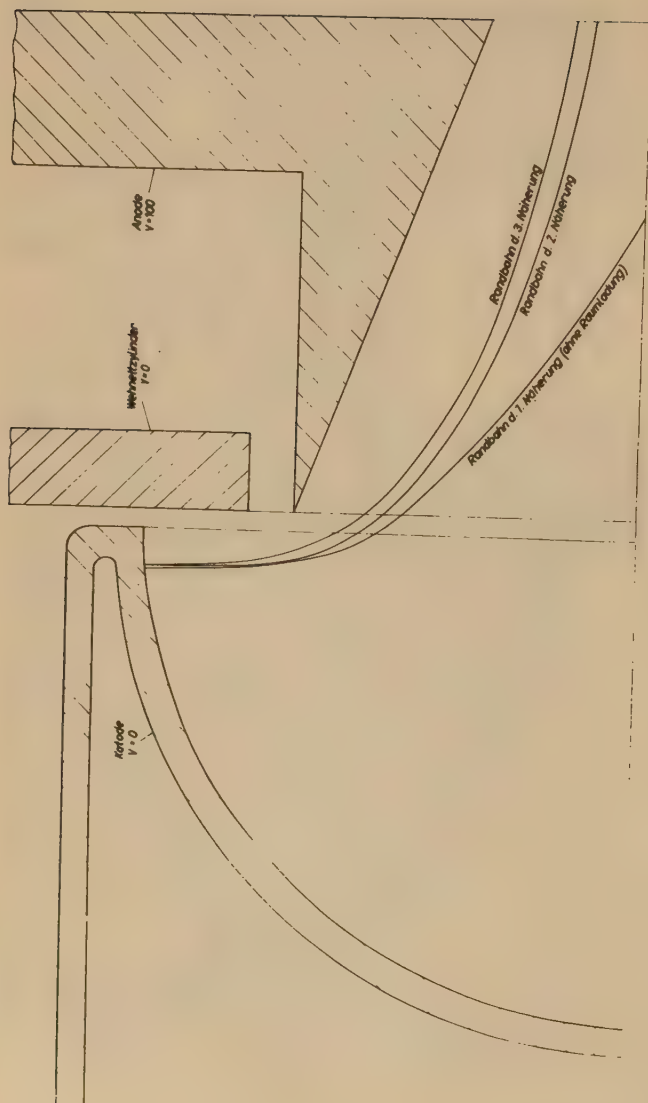


Abb. 4-2 Randstrahlen der 1., 2. und 3. Annäherung

3.4 Die Berechnung von Potentialfeldern in Elektronenkanonen mit der elektronischen Rechenmaschine "Ural"

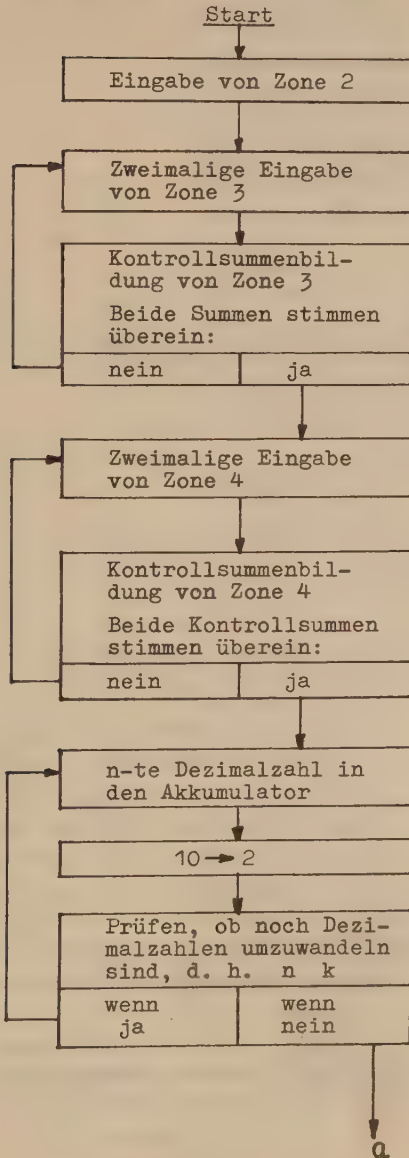
Die elektronische programmgesteuerte Rechenmaschine "Ural" arbeitet dual im Einadreßsystem und hat ein festes Komma hinter der Vorzeichenstelle. Ihre Rechengeschwindigkeit beträgt 100 Operationen in der Sekunde. Der Automat besteht aus dem Rechenwerk mit dem Akkumulator A, dem Register R, einem Magnettrommelspeicher, der 2048 einfache Zellen (18 Dualstellen) bzw. 1024 Doppelzellen (36 Dualstellen) enthält und dem Steuerwerk, das den automatischen Ablauf der Rechnung besorgt, sowie einem Steuerpult, von dem aus die Maschine manuell bedient werden kann. Für jedes mathematische Problem, das auf der "Ural" berechnet werden soll, muß ein numerisches Verfahren angegeben werden, das alle zur Lösung dieses Problems notwendigen Angaben enthält. Alle auftretenden numerischen Formeln müssen in arithmetische Einzeloperationen zerlegt werden, wie es auch die Rechnung auf einer mechanischen Tischrechenmaschine fordert. Außerdem werden hier noch die sogenannten logischen Operationen eingeführt, welche die fehlende Entschlußkraft der Maschine ersetzen müssen. Arithmetische und logische Operationen werden unter dem Sammelbegriff Recheninstruktionen zusammengefaßt. Ihre Gesamtheit nennt man das Rechenprogramm. Dieses Programm muß vor der Eingabe in die Sprache der Maschine übersetzt werden. Dies geschieht bei der "Ural" dadurch, daß man die Zahlen ($|z| \leq 1$ z = Zahlenbereich der Maschine) und Befehle als Dualtetraden bzw. Dualtriaden verschlüsselt. Die Verschlüsselung besorgt automatisch der Eingangslocher, der die verschlüsselten Zahlen in einen perforierten Filmstreifen einlocht. Mit dem Film wird das Programm in die Maschine eingegeben. Bei der Programmeingabe ist zu berücksichtigen, daß Befehle (Triaden) und Dezimalzahlen (Tetraden) in verschiedenen Zonen untergebracht werden müssen (vgl. Anhang), weil die Maschine beide Zahlenarten in einer Zone nicht lesen kann. Die Befehle für die "Ural" sind sechsstellige Oktalzahlen (Dualtriaden), von denen die ersten beiden die Nummer der Operation

angeben und damit die auszuführende Operation festlegen, während die restlichen vier die Adresse der Zelle des Magnettrommelspeichers angeben, deren Inhalt bei der Operation verarbeitet werden soll. Arbeitet die Maschine, so werden die Befehle des eingegebenen Programms der Reihe nach ausgeführt, ausgenommen hiervon sind bedingte und unbedingte Sprungbefehle (vgl. S. 97). Bei einigen Operationen erzeugt die Maschine zusätzlich zu den Zahlenwerten zwei Steuersignale ω und γ . Das abstellbare Überlaufsignal γ tritt auf, wenn eine Zahl $|z| > 1$ wird. Das Signal ω wird erzeugt, wenn bei den arithmetischen Operationen im Akkumulator A ein negatives Ergebnis entsteht oder bei den logischen Operationen 12, bei 13 unter der Bedingung $(A) = 0$ ((A) = Inhalt des Akkumulators) und bei 14, falls $(A) = 0$ wird. wird für die automatische Steuerung der Maschine mit Hilfe des Befehls 21 (bedingter Sprungbefehl) benutzt. Dieser Befehl ändert in Abhängigkeit von ω die Reihenfolge, in der die Befehle auszuführen sind.

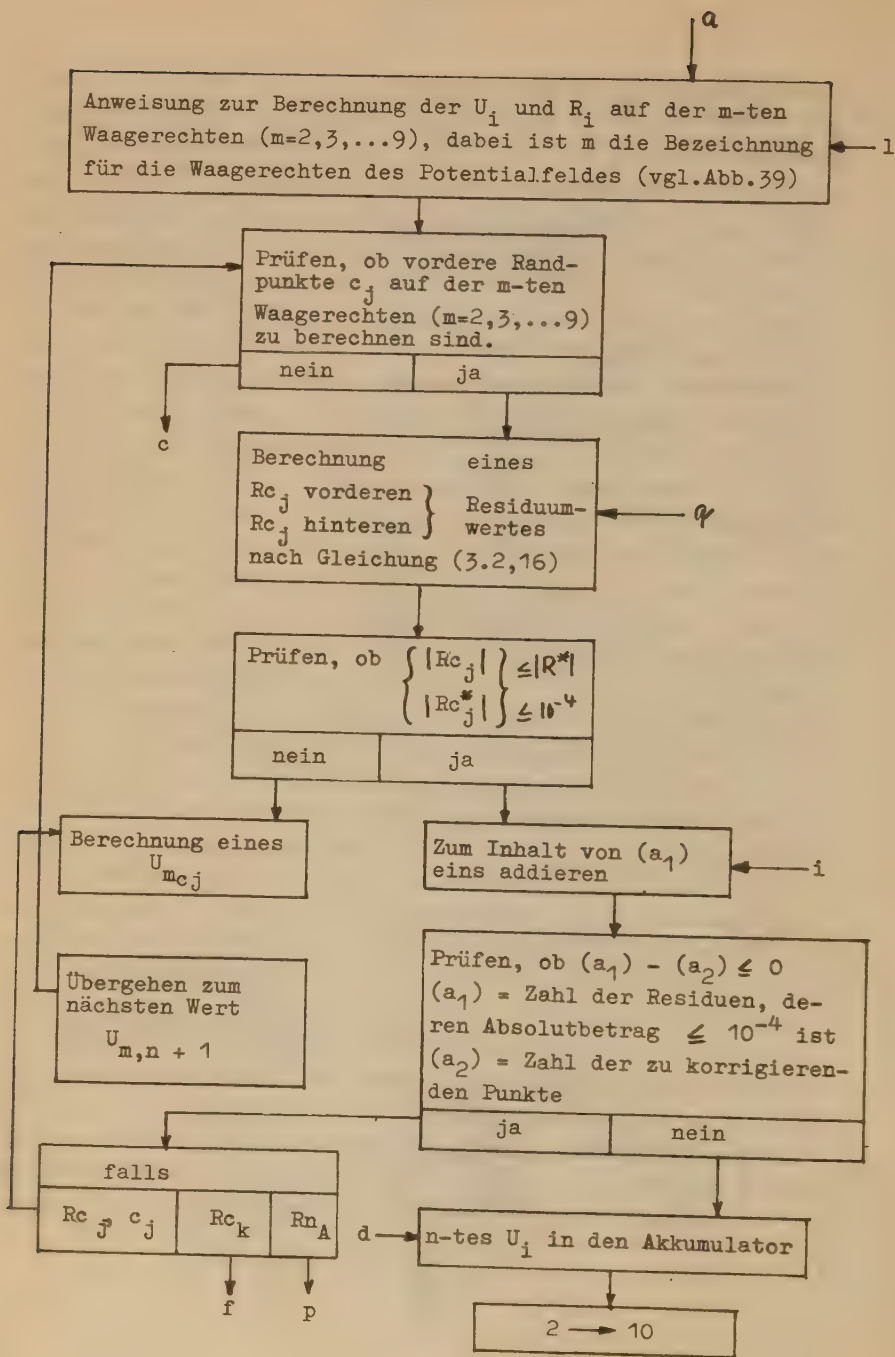
Der Befehlsschlüssel ist auf S. 97 wiedergegeben. Ein ausführlicherer Befehlsschlüssel befindet sich im Institut für Angewandte Mathematik und Mechanik und wird dort den Benutzern der "Ural" zur Verfügung gestellt. Mit Hilfe dieses Befehlsschlüssels wurde unter Verwendung des Berechnungsverfahrens in Abschnitt 3.2 das im Anhang wiedergegebene vollständige Rechenprogramm für die Berechnung des raumladungsbeschwerten Potentialfeldes der entwickelten Hochperveanzkanone angefertigt. Es entsteht in mehreren Stufen. Zunächst stellt man zweckmäßig den Rechenablauf in einem Strukturdiagramm schematisch dar. Die einzelnen Angaben hinsichtlich der Rechenvorschriften und Entscheidungen werden im Strukturdiagramm durch rechteckige Kästchen mit hinweisender Beschriftung dargestellt und die Richtung des konsekutiven Ablaufes der Rechnung durch Pfeile verbunden.

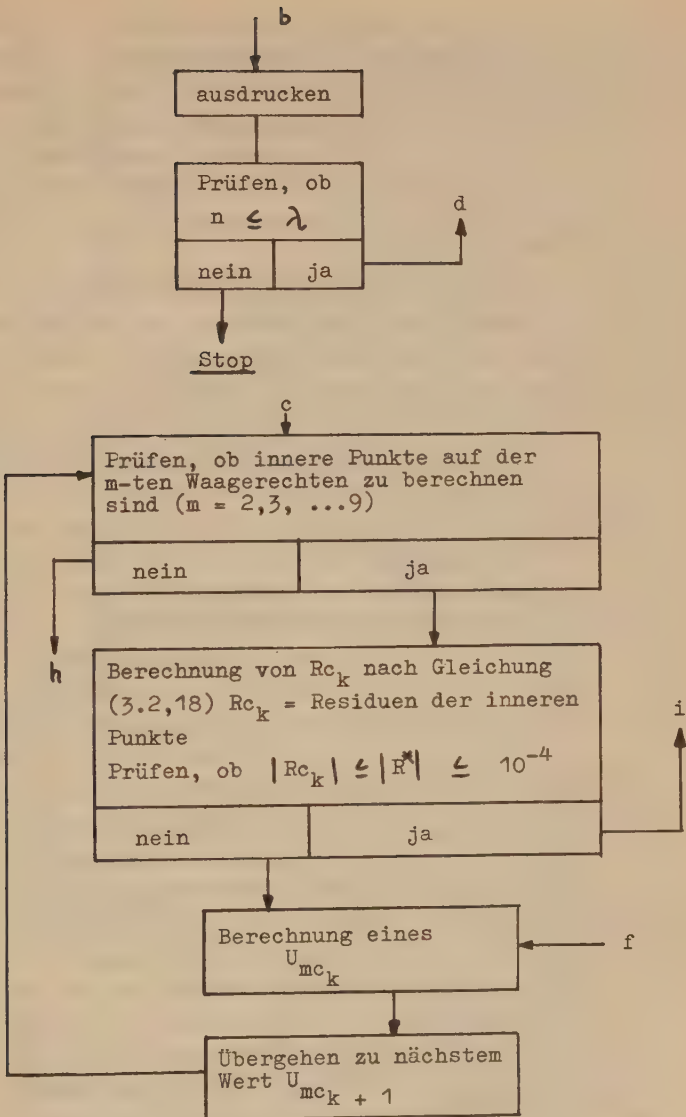
Ein nach diesem Prinzip zur Berechnung von Potentialfeldern nach dem Rechenverfahren von Abschnitt 3.2 vom Verfasser aufgestelltes Strukturdiagramm wird im Folgenden angegeben:

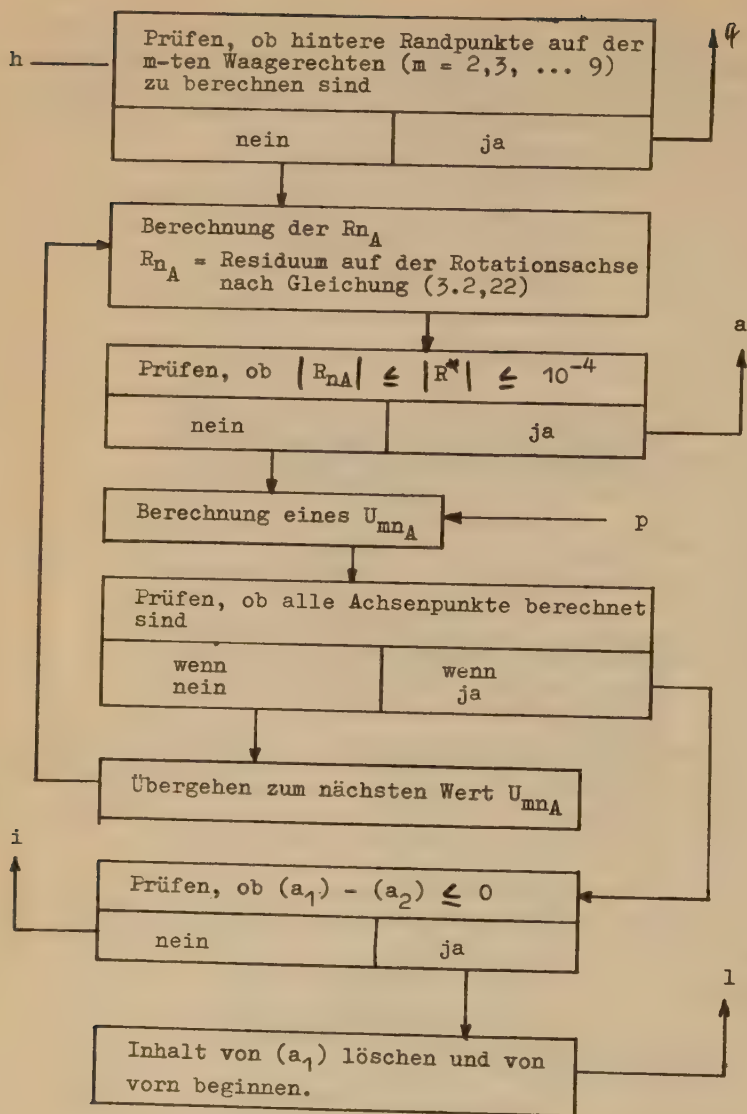
S t r u k t u r d i a g r a m m



mit $n = 1, 2, 3, \dots, k$,
(k = Adresse der letzten Dezimalzahl)
Umwandlung der Dezimalzahlen ins Dualsystem







Wie man sieht, gibt das Strukturdiagramm an, in welcher Reihenfolge die Berechnung des Potentialfeldes abläuft und welche Entscheidungen im Rechenprogramm einzubauen sind. Darüber hinaus erkennt man, daß es sich bei der Berechnung der U_i und R_i im wesentlichen darum handelt, immer wieder dieselben Gruppen von Gleichungen zur Berechnung der Potentialwerte des Feldes anzuwenden, d. h., das vorliegende Rechenproblem ist zyklisch.

Wie aus dem Befehlsschlüssel zu ersehen ist, besitzt die "Ural" den Befehl "Wh n", mit dem zyklische Operationen programmiert werden können. Dies geschieht dadurch, daß man den Befehl "Wh n" in die Zelle vor der zu wiederholenden Befehlsgruppe schreibt, der der Befehl "Sr a" angehängt wird. Die Befehle innerhalb des Zyklus, deren Adressen sich nach jedem Durchlaufen desselben bei einfachen Zellen um Eins bzw. bei Doppelzellen um Zwei erhöhen sollen, werden durch ein negatives Vorzeichen oder durch Addieren einer Vier zur ersten Ziffer des Befehls gekennzeichnet. Es ist also z.B. der Befehl 02 "a", bei dem "a" geändert werden soll, als 42 "a" oder -02 "a" zu schreiben. Hierbei ist zu beachten, daß beim erstmaligen Durchlaufen des Zyklus alle Adressen in seinen gekennzeichneten Befehlen um n, beim zweiten Mal bei einfachen Zellen um $(n - 1)$ bzw. bei Doppelzellen um $(n - 2)$ usw. und beim letzten Mal nicht verringert werden. Die Zahl n muß für alle Befehle, deren Adressen sich ändern sollen, dieselbe sein, d. h., es können in einem Zyklus entweder nur die Adressen der Befehle von einfachen Zellen oder die Adressen der Befehle von Doppelzellen geändert werden. Es ist also zweckmäßig, eine dem Rechenablauf gut angepaßte Numerierung der U_i , j_i und R_i zu wählen und sie ihren Nummern entsprechend zu speichern, damit das Programm für die Adressenänderungen innerhalb des Zyklus möglichst einfach gestaltet werden kann. Aus diesem Grunde wurde das Punktgitter von Abb. 36 zu einem rechteckigen Netz, in dem sich die Elektronenkanone befindet, ergänzt (Abb. 39). Jeder Gitterpunkt P_i des Netzes, beginnend im Punkt mit den Koordinaten $(0,1)$, vgl. Abb. 39, wurde numeriert und zwar in der gleichen Reihenfolge wie man die

Worte eines Schriftblockes liest. Die so durchgeführte Numerierung ist dem Rechenablauf völlig adäquat.

Da der Zahlenbereich der Maschine $|z| < 1$ ist, wurde bei der Berechnung des Potentialfeldes eine solche Spannungseinheit gewählt, daß die Anodenspannung den Zahlenwert 0,01 erhielt. Trotz dieser Maßnahme mußte bei der Berechnung des Potentials und der Residuen von Randpunkten Zähler und Nenner der Gleichung (3.2,16) noch durch einen für jede Waagerechte verschiedenen großen Faktor dividiert werden, damit in den Zwischenrechnungen nicht $|z| > 1$ wurde (vgl. Anhang).

Die aus der 2. Näherung der Hauptrechnung für diese Rechnung (3. Näherung der Hauptrechnung) erhaltenen U_i -Werte wurden auf $U_A = 0,01$ umgerechnet und ihrer Numerierung entsprechend in den Doppelzellen 6200 bis 7066 gespeichert. In den Zellen des Magnettrommelspeichers, die Gitterpunkten P_i mit $U_i = 0$ zugeordnet sind, wurde zunächst die Null eingeschrieben. Bei der Vervollständigung des Programms wurden diese Zellen dann zum größten Teil mit den verschiedenen h_i -Werten der Randpunkte und anderen Konstanten (Dezimalzahlen) besetzt oder als Hilfszellen benutzt. In der gleichen Weise wurden die j_i -Werte Abb. 38 für $U_A = 0,01$ in den Zellen 7070 bis 7756 gespeichert. Die Zellen des Magnettrommelspeichers, denen Gitterpunkte mit $j_i = 0$ zugeordnet sind, wurden ebenfalls mit Konstanten (Dezimalzahlen) besetzt. Die von der Maschine berechneten R_i -Werte wurden in der gleichen Reihenfolge wie die U_i - und j_i -Werte in den Zellen 1303 bis 2174 gespeichert. In den Zellen, in denen die R_i immer Null sind, wurden Befehle gespeichert. Die U_i - und R_i -Werte werden im Laufe der Rechnung immer wieder von den durch die Maschine berechneten verbesserten U_i - und R_i -Werten überschrieben.

Die Organisation des Rechenablaufes durch die Maschine erfolgt bis auf die Berechnung der Potential- und Residuenwerte in den Achsenpunkten mit Hilfe von zwei ineinander geschachtelten Zyklen (Zelle 142 ... 624). Der innere Zyklus enthält die zur Berechnung der R_i - und U_i -Werte benötigten in Einzelbefehle aufgelösten Gleichungen (3.2,16), (3.2,18), (3.2,22), (3.2,35), (3.2,39), (3.2,40). Er beginnt beim ersten

Durchlauf in Zelle 244. Beim zweiten und bei jedem folgenden Durchlauf jedoch in Zelle 247 und bricht danach in Zelle 440 ab, wenn vordere oder hintere Randpunkte berechnet werden sollen. Dagegen beginnt er bei der Berechnung der U_i und R_i innerer Punkte in Zelle 444 und bricht in Zelle 572 ab. (Vgl. hierzu das Programm im Anhang.) Wie man erkennt, wird hierdurch, je nachdem ob Rand- oder innere Punkte berechnet werden, eine Gruppe von Befehlen im inneren Zyklus überhaupt nicht durchlaufen. Dadurch ist es möglich, sowohl innere als auch Randpunkte, für die verschiedene Rechenvorschriften gelten, in einem einzigen inneren Zyklus zu berechnen. Er enthält hierzu die Adressen der zur Berechnung des Potential- und Residuenwertes des letzten Punktes der zweiten Zeile von oben benötigten Hilfswerte und die Adresse dieses Potential- sowie Residuenwertes. Beginnt der innere Zyklus zu arbeiten, so wird beim ersten Durchlauf von allen gekennzeichneten Adressen, die vorher vom äußeren Zyklus in den Zyklenzählerstand des inneren Zyklus eingeschriebene Zahl ($\frac{n}{2} + 1$), der auf der zweiten Zeile zu berechnenden Punkte abgezogen. Wegen der oben beschriebenen Adressenänderung der eingeschriebenen und zu berechnenden Zahlenwerte werden hierbei die Adressen der Hilfswerte des letzten Punktes der zweiten Waagerechten und die Adresse des Punktes selbst in die entsprechenden Adressen des ersten Punktes der zweiten Waagerechten transformiert. Da der innere Zyklus bei jedem Durchlaufen von allen gekennzeichneten Adressen die Zahl 2 automatisch abzieht, wandelt er die Adresse des μ -ten Punktes und der zugehörigen Werte in die des ($\mu + 1$) Punktes um. Die 2 wird von den Adressen abgezogen, weil die U_i , R_i und alle Hilfswerte in Doppelzellen gespeichert sind und nur gradzahlige Adressen besitzen. Die Berechnung der Punkte der übrigen Zeilen mit $m = 3 \dots 9$ erfolgt entsprechend. Vor dem ersten Durchgang des inneren Zyklus werden mit Hilfe des äußeren Zyklus lediglich die Adressen des letzten Punktes der m^{ten} Zeile ($m = 3 \dots 9$) durch Addieren eines vorher eingeschriebenen Wertes $\chi(m)$ (χ = Anzahl der Punkte zwischen dem letzten Punkt der zweiten und der m^{ten} Waagerechten) zu den

entsprechenden Adressen des letzten Punktes der zweiten Zeile berechnet.

Zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Berechnung von Rand- und inneren Punkten wird bei jeder Zeile die Anzahl der vorderen Randpunkte der inneren Punkte und der hinteren Randpunkte vom äußeren in den inneren Zyklus eingeschrieben. Der innere Zyklus zieht nach der Berechnung eines jeden Punktes von der Anzahl der jeweiligen Punktart eins ab. Sind alle Punkte einer bestimmten Art und Zeile (z. B. alle vorderen Randpunkte) berechnet, so ist die Zahl Null, und der Zyklus geht automatisch zur Berechnung der folgenden Punktgruppe (z. B. der inneren Punkte) derselben Zeile über. Sind alle Punkte einer Zeile berechnet, so veranlaßt der äußere Zyklus, wie oben beschrieben, den inneren Zyklus, die nächste Zeile zu berechnen usw. Sind alle Punkte mit Ausnahme der Achsenpunkte berechnet, so geht die Maschine zu einem dritten von den beiden erwähnten Zyklen unabhängigen Zyklus über. Dieser enthält die Gleichungen zur Berechnung der Achsenpunkte und die Adressen des letzten Achsenpunktes sowie die Adressen der zugehörigen Hilfswerte. Das Auffinden des Nachbarpunktes und seiner Hilfswerte aus den Adressen des vorherigen Punktes und seiner Hilfswerte erfolgt auf die gleiche Weise wie beim inneren Zyklus. Diese drei Zyklen werden so oft nacheinander wiederholt, bis der Betrag des größten Residuums kleiner als eine vorgegebene Größe $|R^*|$ ist. Danach werden die U_i und R_i automatisch ausgedruckt.

Zum Überspringen der verbesserten Gleichungen für die Residuenberechnung müssen folgende Befehle vom Steuerpult aus eingegeben werden, nachdem das Programm in die Maschine eingegeben worden ist:

16	0541	22	0566
16	0674	22	0705

Befehlsschlüssel der "Ural"

Pseudo- code	Opera- tions- code	Adres- se	Erklärung
A +	01	a	Addition $(A) + (a) = (A)$
A	02	a	Transport in den Akkumulator $0 = (A), (a) \Rightarrow (A)$
A -	03	a	Subtraktion $(A) - (a) \Rightarrow (A)$
A -1	04	a	Subtraktion der Beträge $(A) - (a) \Rightarrow (A)$
A + R x	05	a	Skalare Multiplikation $(A) + (R) \times (a) = (A), 0 \Rightarrow (R)$
A x	06	a	Multiplikation $(A) \times (a) = (A)$
A :	07	a	Division $(A) : (a) \Rightarrow (A)$
A sg	10	a	Vorzeichensubstitution $ (A) \times \text{sg}(a) \Rightarrow (A)$
$2^A \times R$	11	0	Verschiebung von (R) um 2^{17} (A) entspr. (A) 0 nach $\begin{cases} \text{links} \\ \text{keine} \\ \text{rechts} \end{cases}$ Resultat in A
A $\wedge$	12	a	Konjunktion $(A) \wedge (a) \Rightarrow (A)$
A $\vee$	13	a	Disjunktion $(A) \vee (a) \Rightarrow (A)$
A $\oplus$	14	a	Vergleich $(A) \oplus (a) \Rightarrow (A)$ (Summe mod 2)
$2^{nA} \rightarrow$	15	a	Normierung $2^{nA} (A) = (a) \ n = \lceil \lceil 2 \log (A) \rceil \rceil, -n2^{-17} \Rightarrow (A)$
A $\rightarrow$	16	a	Rücktransport $(A) \Rightarrow (a)$
R $\leftarrow$	17	a	Transport ins Register (0) $\Rightarrow (R), (a) \Rightarrow (R)$
A =	20	k	Übertragen einer Zahl k aus dem Adressenteil, $k \Rightarrow (A)$
Sb	21	a	bedingter Sprung nach a, wenn Diskriminator $\omega = 1$ war
Su	22	a	unbedingter Sprung nach a
Üw	23	k	Überspringe nächsten Befehl, wenn Schalter k ($k = 1, 2, \dots, 7$) eingeschaltet
Sr	24	a	Rücksprung nach Befehl von Zelle a (nur in Verbindung mit Befehl 25 zu benutzen)
Wh	25	n	Wiederhole die folgenden Befehle (von a bis zu der Zelle mit dem Befehl 24a) n-mal
A	26	a	Summation (wie bei 01 unter Blockierung des Überlaufsignals φ)
N B +	30	a	Befehlsänderung (a) ist zum nachfolgenden Befehl von dessen Ausführung hinzu zu addieren
G $\updownarrow$	31	a ₁	Gruppenbefehle für Transport einer Zahlen- gruppe der Zone z eines Bandes und der Speicherzellen von a ₁ bis a ₂ der Magnet- trommel, i = 1 vom Lochband der Trommel; 00 a ₄ i = 2 vom Magnetband zur Trommel; i = 3 von der Trommel zum Magnetband
Dr	32	0	Drucken des Inhalts des Akkumulators (wahl- weise dezimal oder oktal)
Lz	34	0	Leerzeile (Transport des Papierstreifens um eine Zeile ohne Druck)
Stp	37	a	Stop der Maschine, (a) wird in den Akkumu- lator transportiert und auf dem Steuer- pult angezeigt.

4. Experimentelle Untersuchungen an Elektronenkanonen

4.1 Technische Ausführung der untersuchten Elektronenkanonen

In diesem Abschnitt soll die Bauweise von Elektronenkanonen beschrieben werden. Da geringfügige Unsymmetrien des Elektrodenaufbaues sowie falsche Abstände der Elektroden häufig zu nicht reproduzierbaren Meßergebnissen führen, ist es notwendig, die Elektrodensysteme von Elektronenkanonen sehr genau zu montieren. Gewöhnlich erfolgt die Halterung der Elektroden durch drei Keramikstreben. Diese werden in drei um 120° gegeneinander versetzte Bohrungen der Elektroden gesteckt. Nachdem die richtigen Abstände der einzelnen Elektroden justiert sind, werden sie mit den Keramikstreben durch kleine punktgeschweißte Schellen verbunden. Es hat sich gezeigt, daß Elektrodensysteme von Elektronenkanonen mit dieser Montagetechnik nicht immer hinreichend genau aufgebaut werden können. Man wandte sich deshalb einer anderen Technik zu. Hierbei werden die Elektroden an die Keramikstreben, auf denen an entsprechenden Stellen Molybdän- und Nickelpaste eingesintert wurde, im Wasserstofflötoven mit Silberlot angelötet. Als Elektrodenmaterial diente (abgesehen von der Kathode) nicht-rostender Stahl. Die ersten Lötversuche ergaben, daß das verwendete Elektrodenmaterial nach dem Löten seine Form um einige Prozent geändert hatte. Insbesondere wurden alle Bohrungen kleiner, und es mußte deshalb von größeren Bohrungen ausgegangen werden als sie bei der fertigen Elektronenkanone benötigt wurden. Wegen der ungleichmäßigen Formänderungen konnte dieser Effekt hierdurch jedoch nur teilweise kompensiert werden, so daß Unsymmetrien des Elektrodenaufbaues und falsche Elektrodenabstände entstanden. Da alle verwendeten Stahlsorten ein ähnliches Verhalten zeigten, konnte mit diesem Verfahren zunächst keine größere Genauigkeit erzielt werden als mit der üblichen Montagetechnik. Es wurde vermutet, daß die Ursache für diese Erscheinungen in Folgendem zu suchen ist: Bei Eisen bzw. Stahl tritt beim Erhitzen eine

c) - f) Umwandlung auf, d. h., das kubisch raumzentrierte Gitter geht (bei Fe 906°C) in ein kubisch flächenzentriertes Gitter über. Bei Stählen liegt der Umwandlungspunkt entsprechend dem Legierungsgehalt, vor allem dem Kohlenstoffgehalt, bereits unter 900°C , so daß bei der Löttemperatur von Silber (960°C) diese Umwandlung schon auftritt. Wasserstoff diffundiert bei den Löttemperaturen atomar, möglicherweise sogar als H^+ in den Stahl. Bei relativ schneller Abkühlung, wie sie nach dem Lötvorgang in der H_2 -Atmosphäre erfolgt, wird Wasserstoff auf Zwischengitterplätzen (Fehlstellen) gebunden. Dadurch wäre eine Formänderung des Stahlgitters denkbar.

Weiterhin kommt hinzu, daß man bei schneller Abkühlung ein Härtegefüge durch Martensitbildung erhält. Martensit baut sich aus kubisch raumzentrierten Gitterzellen auf, die geringfügig tetragonal verzerrt sind. Die durch die überschüssigen C-Atome bedingte Verzerrung des Gitters ergibt eine Volumenvergrößerung [38]. Um solche Erscheinungen zu vermeiden, ersetzte der Verfasser die Stahlelektroden durch Molybdän-Elektroden; denn Molybdän erleidet bei der Erhitzung bis zum Schmelzpunkt im Gegensatz zu Stahl keine wesentlichen Gitteränderungen. Es war demnach zu erwarten, daß keine störenden Formänderungen der Molybdän-Elektroden infolge des Lötvorganges auftreten. Die anschließend durchgeführten Lötversuche bestätigten diese Erwartung. Es traten keine nachweisbaren Formänderungen auf.

Abb. 43 zeigt schematisch das in Abschnitt 3.2 berechnete Elektrodensystem, das sich aus Abb. 34 ergibt. Die absoluten Maße der Elektronenkanone ergaben sich aus der Forderung, daß der Kathodenstrom I_k bei einer mittleren Kathodenbelastung von $200 \dots 300 \text{ mA/cm}^2$ 80 mA betragen sollte. Hieraus folgt für den Kathodendurchmesser $d = 5 \text{ mm}$. Aus technischen Gründen wurde $d = 6,34 \text{ mm}$ gewählt. Hieraus ergeben sich die übrigen Abmessungen des Systems. Einzelheiten des technischen Aufbaues der Elektronenkanone sind aus den Zeichnungen auf den Seiten 102, 103, 104 zu ersehen. Auf S. 102 ist neben dem gesamten Elektrodenaufbau noch die Lötlehre dargestellt.

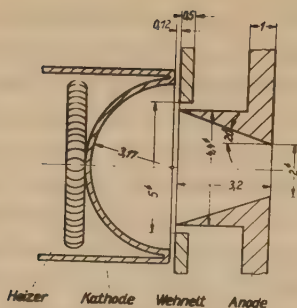


Abb. 43 Schematische Darstellung des Elektrodensystems der berechneten Hochperveanzkanone

Abb. 44 zeigt diese Lötlehre mit angeschraubter Grundplatte G_p und dem Andrückhütchen H.

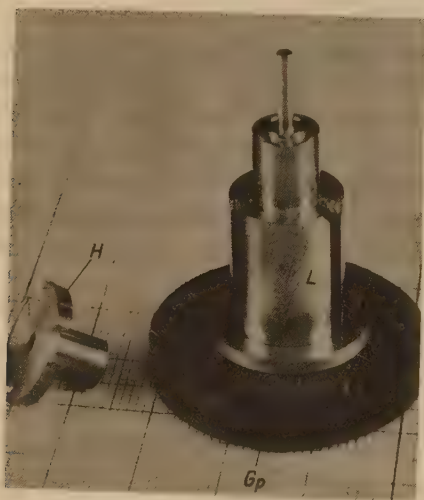


Abb. 44 Lötlehre mit der Grundplatte G_p und dem Andrückhütchen H

Vor dem Löten wurden auf diese Lötlehre die Elektroden und

durch die entsprechenden Bohrungen der Elektroden die Keramikstreben gesteckt. Auf den Keramikstreben wurde zuvor an den späteren Lötstellen nacheinander Molybdän und Nickel eingesintert. Das Silberlot wurde in Form von Löttringen (Drahtstärke ca 0,3 Ø) an den Lötstellen um die Streben gelegt. Die genauen Elektrodenabstände wurden durch die geschliffenen Keramikdistanzstücke D bestimmt (siehe Abb. 45). Beim Löten wurde das System durch die Wolframfeder F über das Hütchen H zusammenge-
gedrückt.



Abb. 45 Ein auf die Lötlehre montiertes Elektrodensystem

L = Lötorn

G_p = Grundplatte

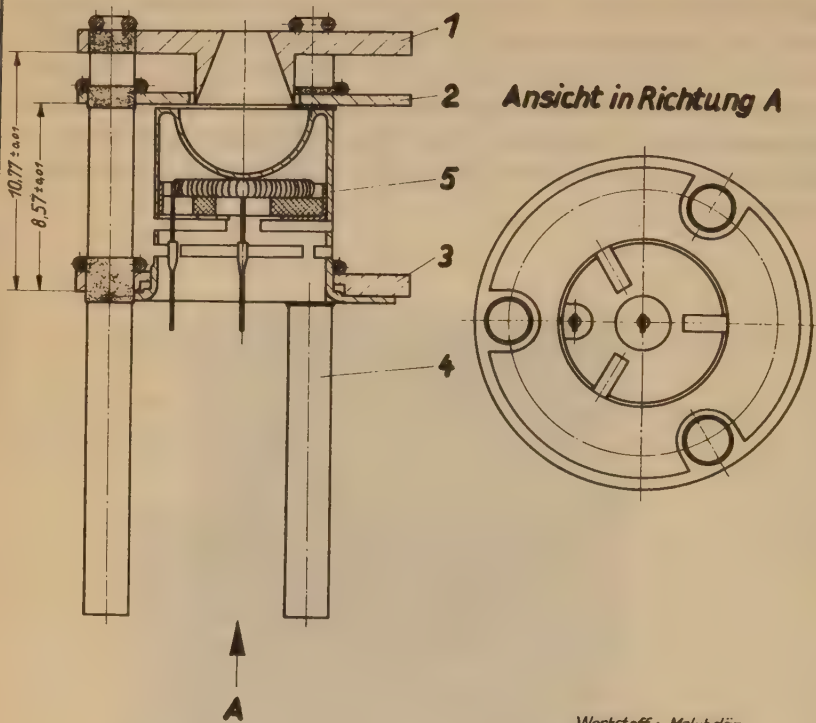
H = Andrückhütchen

D = Keramikdistanzstücke

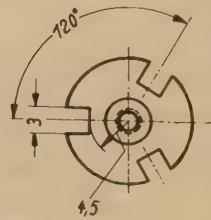
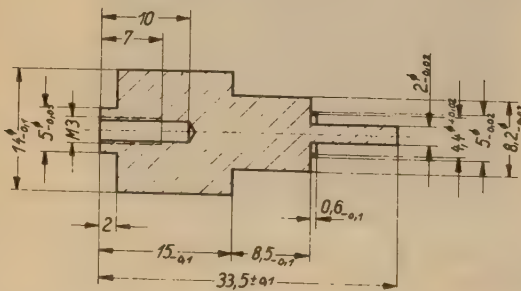
S = Keramikstreben des Elektrodenaufbaues

F = Wolframfeder

Abb. 46



Werkstoff: Molybdän
Lötdorn M2:1



Katode, vollst.

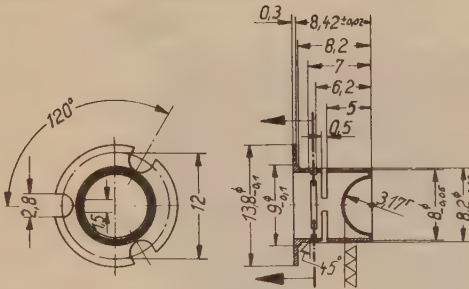
M 2:1



Ausgangsteil: Katode, Rohteil

**Katode
Teil 1**

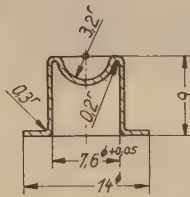
M 2:1



Werkstoff: Band 0,5 Nickel

Katode, Rohteil

M 2:1

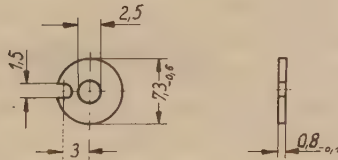


Werkstoff: Aluminiumoxyd

**Brennerandrück-
scheibe**

Teil 2

M 2:1

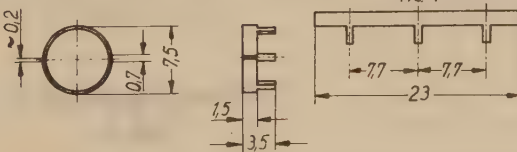


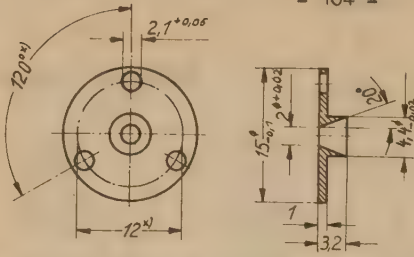
Abwicklung
M 2:1

Werkstoff: Band 0,1 Nickel

**Haltering
Teil 3**

M 2:1



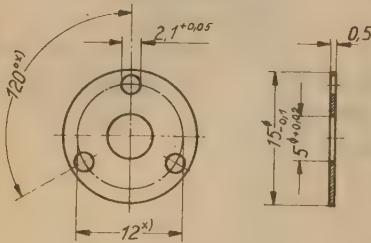


Werkstoff: Molybdän

Anode Teil 1

M2:1

x) zulässige Abweichung von der Nennlage 0,025

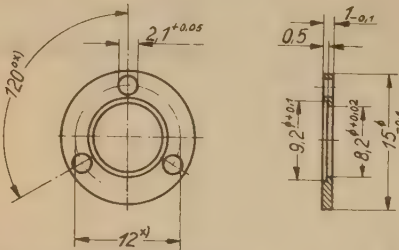


Werkstoff: Molybdän

Wehneltzylinder Teil 2

M2:1

x) zulässige Abweichung von der Nennlage 0,025

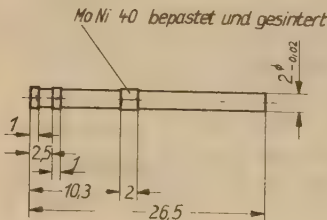


Werkstoff: Molybdän

Katodenhalter Teil 3

M2:1

x) zulässige Abweichung von der Nennlage 0,025



Werkstoff: Keramik

Strebe, bepastet Teil 4

M2:1

Das gelötete Elektrodensystem läßt sich leicht vom Lötdorn herunternehmen, wenn man es nach dem Lötvorgang z. B. in Alkohol taucht. In Abb. 47 ist ein gelöteter Elektrodenaufbau E mit der Kathode K gezeigt.

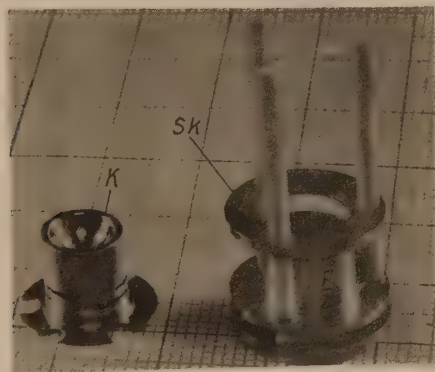


Abb. 47 Gelöteter Elektrodenaufbau E mit der zugehörigen Kathode K. Sk ist die Kathodenhalterungsscheibe, Lö ist die Lötstelle.

Bei der Montage des Elektrodensystems wird die Kathode von oben in das Elektrodensystem eingesetzt und an der Kathodenhalterungsscheibe Sk mit Nickelband befestigt. Da sich die Kathode leicht auswechseln läßt, kann man die gelöteten Systeme mehrmals wieder verwenden. Es sei an dieser Stelle noch erwähnt, daß die Kathode mit einem schneckenförmigen Brenner, wie er in der Wanderfeldröhre WL 2 enthalten ist, geheizt wird. Abb. 48 zeigt eine zur Messung der Daten der Hochperveanzkanone benutzte Versuchsröhre.

Abb. 48

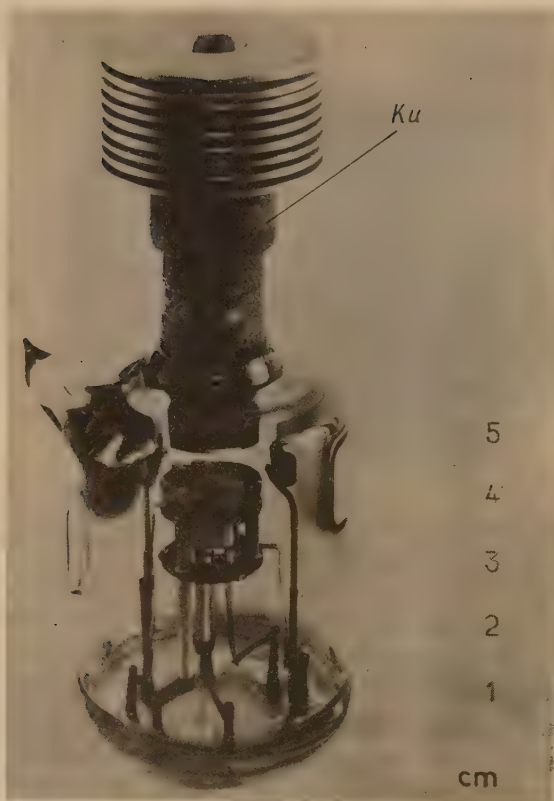


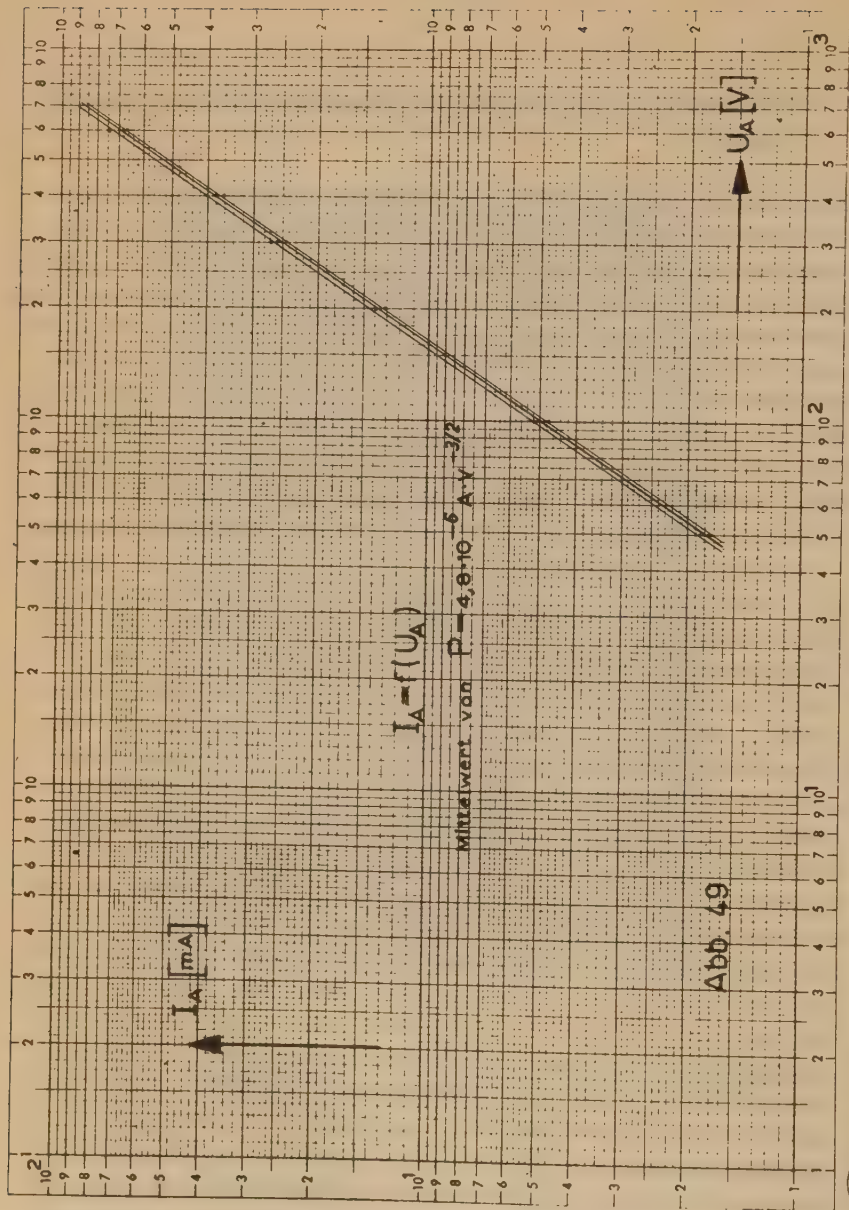
Abb. 48 Versuchsröhre mit eingebauter Elektronenkanone
Kü = Kühlkörper

Über die Messungen an dieser Röhre wird im nächsten Abschnitt berichtet.

4.2 Experimentelle Bestimmung der Kenndaten von Elektronenkanonen

Zur experimentellen Prüfung des berechneten Perveanzwertes der Elektronenkanone von Abb. 43 wurden drei Versuchsröhren nach Abb. 47 mit der Elektronenkanone aufgebaut und der Kathodenstrom I_k bei der Wehneltspannung $U_w = 0$ in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_A gemessen. Das Ergebnis dieser Messungen zeigt Abb. 49. Für die mittlere Perveanz ergibt sich hieraus der Wert $P = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$. Wie man sieht, stimmt er gut mit dem berechneten Wert von $4,86 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ überein. Der Unterschied zwischen den berechneten und gemessenen Werten liegt innerhalb der Schwankungen der Perveanzwerte, die durch die Aufbautoleranzen der Elektronenkanone verursacht werden.

Abb. 50 zeigt, daß der Anodenstrom I_A bei diesen Messungen kleiner als 3 % des Gesamtstromes und von der Anodenspannung praktisch unabhängig war. Hieraus würde folgen, daß der Elektronenstrahl die Elektronenkanone verläßt, ohne auf die Anode zu treffen. Der kleinste Strahldurchmesser wäre demnach kleiner als 2 mm. Diese Schlußfolgerung ist jedoch nur dann zutreffend, wenn der fehlende bzw. sehr geringe Anodenstrom nicht durch Sekundärelektronenemission der Anode vorgetäuscht wird. In diesem Falle könnte der Elektronenstrahl zum Teil auf die Anode treffen, und es würde trotzdem kein Anodenstrom I_A gemessen werden, wenn pro auftreffendem Primärelektron ca ein Sekundärelektron entsteht. Dieser Sachverhalt ist bei einer Molybdänanode möglich, da der Verlauf der Sekundärelektronenausbeute δ_s , das ist das mittlere Verhältnis der Zahl der Sekundärelektronen zur Zahl der Primärelektronen in Abhängigkeit von der Energie der Primärelektronen, im Bereich zwischen 200 ... 1400 eV nahe bei Eins liegt [31, S. 279]. Zwischen 0 ... 200 V ändert δ_s sich aber um mehr als den Faktor 2, so daß sich der auf den Kathodenstrom bezogene Anodenstrom auch um etwa den Faktor 2 ändern müßte. Da dies jedoch nicht der Fall war, ist der Elektronenstrahldurchmesser tatsächlich kleiner als 2 mm.



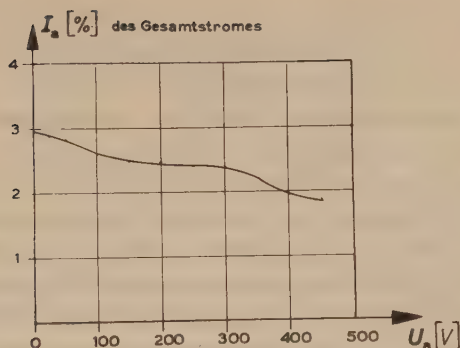


Abb. 50 Prozentualer Anteil des Anodenstromes bezogen auf den Gesamtstrom in Abhängigkeit von der Anodenspannung

Um eine genauere Kenntnis über die Form des erzeugten Elektronenstrahls zu erhalten, wurde der Strahlverlauf direkt gemessen. Von den aus der Literatur bekannten Methoden zur Ausmessung von Elektronenstrahlen, die teils auf der Restgasanregung, teils auf der Umwandlung der kinetischen Energie der Elektronen in Wärme (Anodenverlustleistung) und teils auf direkter Strommessung beruhen [23], erschien dem Verfasser die letztgenannte Methode im vorliegenden Falle am geeignetsten zu sein, weil sich mit ihr nicht nur Strahldurchmesser, sondern auch Stromdichteverteilungen im Strahlquerschnitt direkt messen lassen.

Der vom Verfasser entwickelte Strahltester ist in Abb. 52 dargestellt. Seine Arbeitsweise und der Aufbau sollen im folgenden beschrieben werden.

Der Strahltester ist so konstruiert, daß mit ihm Elektronenstrahlen verschiedener Elektronenkanonen ausgemessen werden können. Es läßt sich die Stromdichteverteilung über den Elektronenstrahlquerschnitt in mehreren Abständen hinter der Anode direkt messen und dadurch der Strahlverlauf bestimmen.

Hierzu setzt man die Elektronenkanone - dessen Elektronenstrahl ausgemessen werden soll - in die Bohrungen der beiden Scheiben (Abb. 52, Teil 7 und Teil 8). Sie halten und justieren das Strahlerzeugungssystem. Die ganze Anordnung wird in

ein Vakuumgefäß eingebaut, danach abgepumpt und abgeschmolzen. Beim Betrieb der Versuchsröhre gelangt der Elektronenstrahl auf eine Kühlflügelanode (Abb. 52, Teile 4, 5, 9, 12, 13, 14, 15). Die Kühlflügelanode ist derart bemessen und mit einer geschwärzten Oberfläche versehen, daß sie die gesamte Leistung des Elektronenstrahls (max 100 Watt) abstrahlen kann, ohne dabei eine Temperatur von 1000°C zu überschreiten. Diese Temperatur konnte so hoch gewählt werden, weil die Teile 9 und 10 mit Nickellot (Löttemperatur 1460°C) im Wasserstofflötöfen gelötet wurden und deshalb der Dampfdruck bei der genannten Temperatur in der abgeschmolzenen Röhre nicht wesentlich wächst. Die Kühlflügelanode besitzt eine Bohrung O (vgl. Abb. 52) von nur 0,06 mm Ø mit der kleine Bereiche aus dem Querschnitt des Elektronenstrahls ausgeblendet werden können. Der durch diese Bereiche fließende Strom I_b fällt auf einen innerhalb der Kühlflügelanode isoliert angeordneten Kollektor (Teil 12) und wird gesondert gemessen. Er ist wegen des relativ kleinen Durchmessers der Bohrung O (Blende) im Vergleich zum Elektronenstrahldurchmesser von $\approx 1\text{mm}$ der wirklichen Stromdichte j proportional, für die bekanntlich gilt:

$$j = \frac{d I_b}{dF} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta I_b}{\Delta F} .$$

Wir können demnach für hinreichend kleine Blendendurchmesser schreiben

$$j(r) = C \cdot I_b(r),$$

mit $C = \text{konstant}$, $r = \text{Abstand der Blende von der optischen Achse}$, $\Delta F = \text{Fläche der Blendenöffnung}$.

Damit man mit der Blende den gesamten Elektronenstrahlquerschnitt abtasten kann, wurde die Kühlflügelanode ähnlich wie ein Pendel drehbar an einer Keramikstrebe (Teil 1) aufgehängt. Der Abstand zwischen der Bohrung O und dem Drehpunkt der Kühlflügelanode wurde so gewählt, daß sich O durch die optische Achse des Elektrodensystems bewegt, wenn man die Röhre um ihre Längsachse dreht. Unter der Voraussetzung, daß die Kühlflügelanode bei jedem Drehwinkel α der Röhre in einem hin-

reichend großen Winkelbereich genau senkrecht hängt, ergibt sich der Abstand r der Blende von der optischen Achse aus der Relation

$$r = 2 L \cdot \sin \frac{\Delta\alpha}{2} \quad (L = \text{Abstand zwischen dem}$$

Drehpunkt der Kühlflügelanode und 0),

wobei für $r = 0$ $\Delta\alpha = 0$ sein soll. Der senkrechten Einstellung der Kühlflügelanode wirkt jedoch die Haftreibung an ihrer Aufhängung entgegen. Soll der hierdurch bedingte Fehler hinreichend klein bleiben, muß das durch die Schwerkraft an der Kühlflügelanode erzeugte Drehmoment schon bei möglichst kleinem Δr größer als das von der Reibungskraft erzeugte Drehmoment sein. Die maximale Abweichung $\Delta\alpha_0$ bzw. Δr_0 der Kühlflügelanode von ihrer Ruhelage ergibt sich also aus der Beziehung

$$lmg \sin \Delta\alpha_0 = f_h \cdot r_s \cdot mg$$

wegen $\sin \Delta\alpha_0 \approx \Delta\alpha_0$

$$\text{zu} \quad \Delta r_0 = l \Delta\alpha_0 = f_h \cdot r_s \quad (4.2,4)$$

(vgl. Abb. 51).

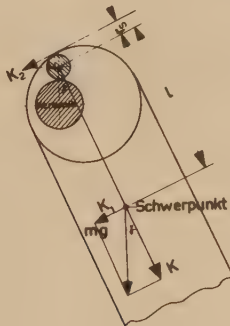


Abb. 51 Schematische Darstellung der am Strahltester auftretenden Kräfte

l = Abstand zwischen dem Schwerpunkt der Kühlflügelanode und ihrem Drehpunkt

K_1 = zu l senkrechte Komponente der Schwerkraft

K_2 = zu l senkrechte Komponente der Reibungskraft

f_h = Reibungskoeffizient der Haftreibung

r_h = Radius des Stiftes (Teil 3, Abb. 52)

mg = Gewicht der Kühlflügelanode

Aus Gleichung (4.2,4) erkennt man, daß das Produkt $r_g \cdot f$ klein gehalten werden muß, damit Δr_o klein bleibt. Das kann durch die beiden folgenden Maßnahmen erreicht werden:

1. Die Auflageflächen der Kühlflügelanode wurden poliert und die Auflagebohrungen wesentlich größer als der Durchmesser der Aufhängung gewählt. Hierdurch tritt an Stelle der gleitenden Reibung mit dem Reibungskoeffizienten f_g ($f_g < f_h$) die noch kleinere rollende Reibung auf.
2. Um r_g möglichst klein zu halten, wurde auf die relativ dicke Keramikstrebe Teil 1 (Abb. 52) ein Molybdändraht von 2 mm Durchmesser gelötet, auf dem die Lagerbohrungen der Kühlflügelanode abrollten.

Es sei noch bemerkt, daß die Einzelteile des Strahltesters nach der bereits beschriebenen Löttechnik (S. 98) zusammenge­lötet wurden. Hierdurch konnten sehr kleine Aufbautoleranzen eingehalten werden. Damit die Bohrung O möglichst genau durch die optische Achse des Systems geht, wurden alle Teile des Strahltesters mit großer Sorgfalt hergestellt und alle Bohrungen, die für die Aufhängung der Kühlflügelanode wichtig sind, auf einem Lehrenbohrwerk angefertigt.

Abb. 52

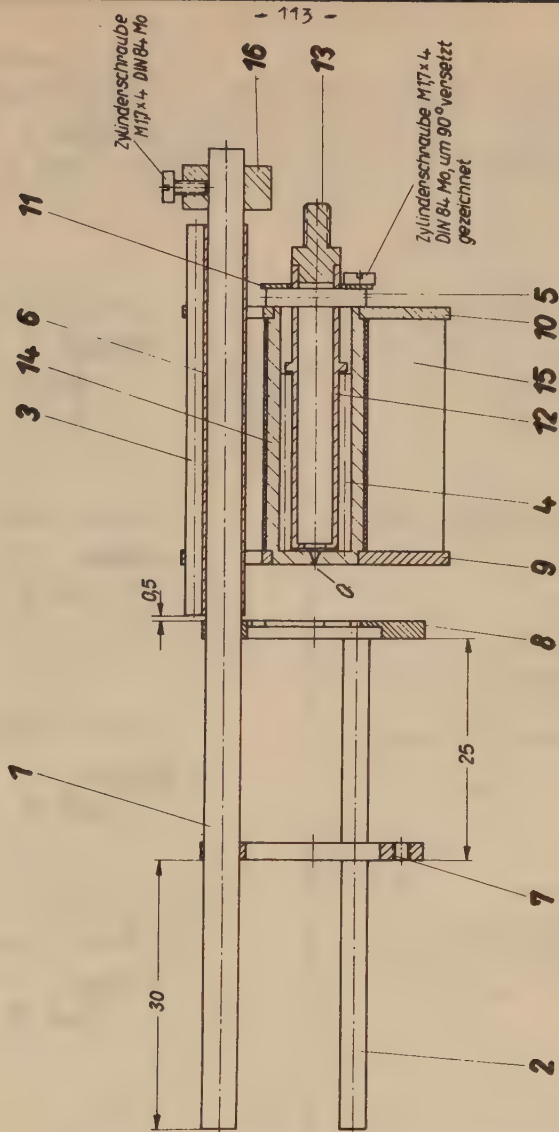


Abb. 52 Elektronenstrahl - Tester

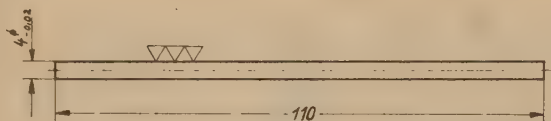


Abb. 52

Werkstoff: Keramik

**Strebe
Teil 1**

M 1:1



Werkstoff: Keramik

**Strebe
Teil 2**

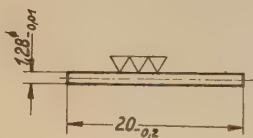
M 1:1



Werkstoff: Nickel

**Strebe
Teil 3**

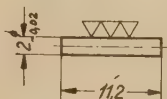
M 1:1



Werkstoff: Keramik

**Strebe
Teil 4**

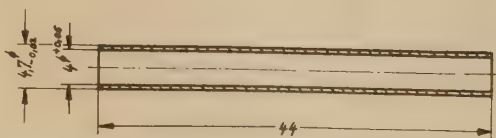
M 2:1



Werkstoff: Keramik

**Strebe
Teil 5**

M 2:1



Werkstoff: Molybdän
Buchse

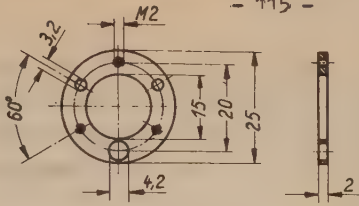
Teil 6

M 2:1

Abb. 52

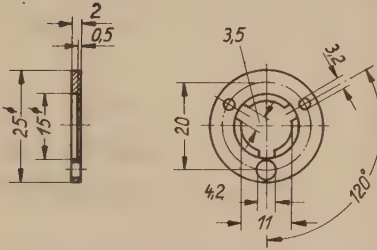
Werkstoff: Molybdän

**Scheibe
Teil 7** M 1:1



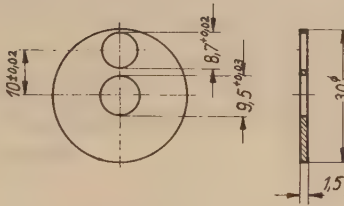
Werkstoff: Molybdän

**Scheibe
Teil 8** M 1:1



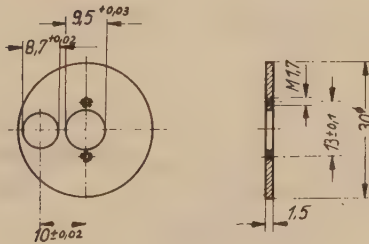
Werkstoff: Molybdän

**Scheibe
Teil 9** M 1:1



Werkstoff: Molybdän

**Scheibe
Teil 10** M 1:1



Werkstoff: Molybdän

**Scheibe
Teil 11** M 2:1

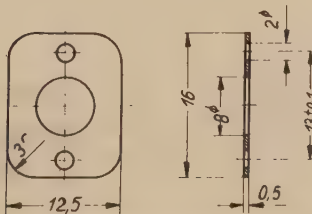
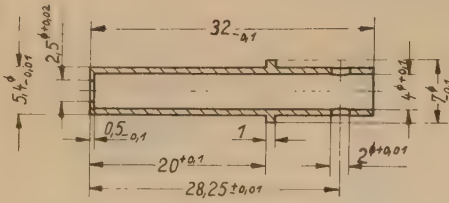


Abb. 52

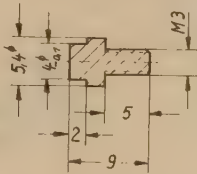
Werkstoff: Molybdän

Fängerrohr M2:1
Teil 12



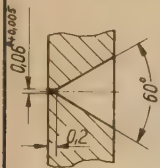
Werkstoff: Nickel

Anschlußteil M2:1
Teil 13

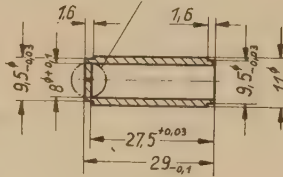


Einzelheit A

M 10:1

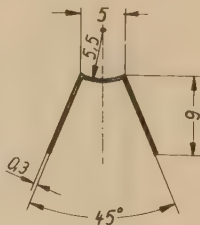
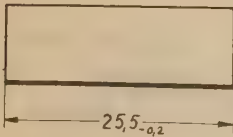


A



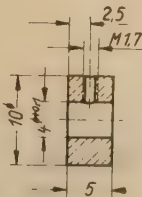
Werkstoff: Molybdän

Fängerrohr M 1:1
Teil 14 10:1



Werkstoff: Molybdän

Kühlflügel M2:1
Teil 15



Werkstoff: Nickel

Buchse M2:1
Teil 16

Zur Messung des Winkels α_d wurde eine Vorrichtung konstruiert, in die die Versuchsröhre eingespannt werden konnte und an der auf zwei Skalen Sk_1 ($0,05^\circ$ Teilung) und Sk_2 ($0,5^\circ$ Teilung) die eingestellten Winkel bequem abzulesen waren.

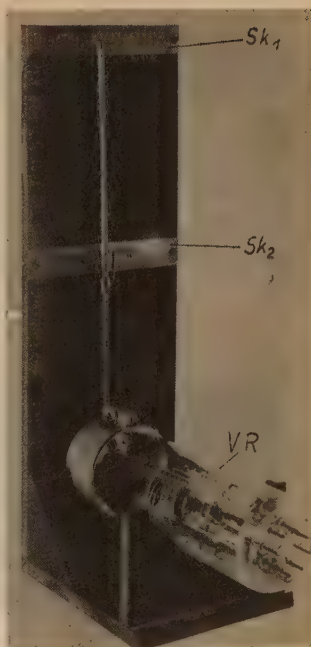


Abb. 53 Vorrichtung zum Messen des Drehwinkels

α_d = Drehwinkel der Röhre um ihre Längsachse

Sk_1 = $0,05^\circ$ - Einteilung

Sk_2 = $0,5^\circ$ - Einteilung

VR = Versuchsröhre

In Abb. 54 ist die für die Strahlausmessung benutzte Schaltung dargestellt.

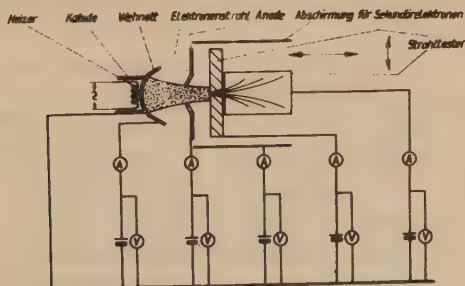


Abb. 54 Schaltung der Röhre zur Messung des Strahlverlaufs der Elektronenkanone nach Abb. 43

Die eingezeichnete Sekundärelektronenabschirmung mußte um den Raum zwischen Anode und Kühlflügelanode angebracht werden, weil sonst ein Teil der Sekundärelektronen auf die Stromabführung St (vgl. Abb. 55) des inneren Kollektors fiel und dadurch der Kollektorstrom nicht Null wurde, auch wenn die Öffnung nicht mehr in den Strahl tauchte. Außerdem wurde die Stromzuführung zu dem Drahtteil St, der in Abb. 55 zu sehen ist, abgeschirmt.



Abb. 55 Strahltester mit eingebauter Elektronenkanone

EK = Elektronenkanone

Kü = Kühlflügelanode

St = Litze zur Stromabnahme am Kollektor 2

Der Aufbau des Meßplatzes ist in Abb. 56 zu sehen.

Abb. 56

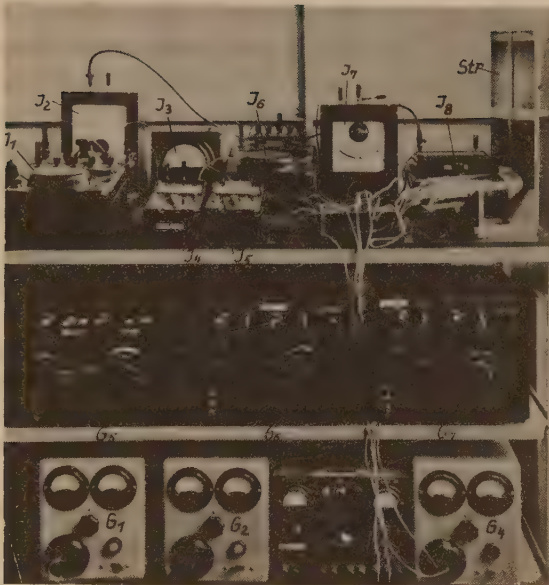


Abb. 56 Meßplatz zur Ausmessung der Strahlform und der Stromdichteverteilung

- G_1 = Spannungsquelle für den Lichtpunktzeiger von I_1
- G_2 = Spannungsquelle für die Belichtung der Winkelmeßvorrichtung
- G_3 = Spannungsquelle für die Wehneltspannung U_W
- G_4 = Spannungsquelle für die Heizung der Röhre
- G_5 = Spannungsquelle für den inneren Kollektor
- G_6 = Spannungsquelle für die Kühlflügelanode
- G_7 = Spannungsquelle für die Anode der Elektronenkanone
- I_1 = Instrument zur Messung des inneren Kollektorstromes
- I_2 = Instrument zur Messung der Wehneltspannung
- I_3 = Instrument zur Messung der inneren Kollektorspannung
- I_4 = Instrument zur Messung der Blendenspannung
- I_5 = Instrument zur Messung der Anodenspannung
- I_6 = Instrument zur Messung des Blendensstromes
- I_7 = Instrument zur Messung des Anodenstromes
- I_8 = Instrument zur Messung des Wehneltstromes

Die an diesem Meßplatz durchgeführten Stromdichtemessungen in Abhängigkeit vom Strahlradius r in verschiedenen Abständen z von der Anode der Elektronenkanone (Abb. 43) veranschaulichen die Abbildungen 57 bis 62. Für die Meßkurven in Abb. 57 be-

trugen die Anodenspannung U_A , die Spannung der Kühlflügelanode U_F und die Spannung U_B des zweiten Kollektors 200 V, während die Wehneltspannung $U_W = 0$ war. Der Elektronenstrahl tritt in diesem Fall aus der Anode in einen feldfreien Raum ein. Zunächst erkennt man an Hand der Stromdichtekurven, daß die Stromdichte in Form einer Glockenkurve zum Strahlrand hin abnimmt, d. h., der erzeugte Elektronenstrahl ist ein Vollstrahl und die Stromdichte ist, wie nach dem berechneten Strahlprofil zu erwarten war, auf der Rotationsachse ($r = 0$) am größten.

Als Strahlradius wollen wir denjenigen Abstand von der Symmetrieachse definieren, bei dem die Stromdichte auf $I_{b \max} \cdot e^{-1}$ abgefallen ist ($I_{b \max}$ entspricht der maximalen Stromdichte im Strahlquerschnitt). Hiernach ergibt sich aus den Meßkurven von Abb. 57 für den Durchmesser $d(z)$ des Elektronenstrahls als Funktion des Abstandes z von der Anode:

Tabelle 1	z [mm]	d [mm]
	1,8	0,91
	2,56	1,17
	3,22	1,3
	4,1	1,5
	5,12	1,74

Aus der Tabelle geht hervor, daß der Abstand des Brennpunktes von der Anode kleiner als 1,8 mm sein muß. Da in der benutzten Meßanordnung die Lochblende des Strahltesters nicht dichter als 1,8 mm an die Anode herangebracht werden konnte, war eine direkte Messung der Lage des Brennpunktes nicht möglich. Deshalb wurde der Ort des Brennpunktes nach Gleichung

$$x_0 = z - \sqrt{\frac{(a - a_0) a_0}{7,59 \cdot 10^3 P}} \quad (4.2,5)$$

(z = Abstand von der Anode, x_0 = Abstand des Brennpunktes von der Anode, a_0 = Radius des engsten Strahlquerschnittes, $a(x)$ = allgemeiner Strahlradius)

aus den vorliegenden Messungen extrapoliert. (4.2,5) folgt mit $x = z - x_0$ aus Gleichung

$$\frac{a}{a_0} = 1 + 7,59 \cdot 10^3 \cdot P \left(\frac{x}{a_0}\right)^2, \quad (4.2,6)$$

die die Aufspreizung eines rotationssymmetrischen Elektronenstrahls im feldfreien Raum beschreibt und unter anderem in 31, S. 239 angegeben ist.

Für a_0 folgt nach 30, S. 239

$$a_0 = a \cdot e^{-\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha(x)}{1,52 \cdot 10^4 P}}, \quad (4.2,7)$$

dabei ist $\alpha(x)$ der Winkel zwischen der Tangente des Strahlrandes und der z-Achse. Mit den Gleichungen (4.2,5) und (4.2,7) ergibt sich aus Tabelle 1 für $a_0 = 0,44$ mm und $x_0 = 1,1$ mm. Diese Werte weichen nur wenig von denen aus dem berechneten Strahlverlauf ermittelten Werten $a_0 = 0,4...0,48$ mm und $x_0 = 0,8...1$ mm ab.

Wie man aus den Abbildungen 57, 58, 59, 60, 61, 62 erkennt, sind die Stromdichtekurven in den gemessenen Strahlabschnitten glatt. Dies deutet darauf hin, daß der Öffnungsfehler der Anode relativ klein ist. Die Elektronen durchlaufen alle annähernd den gleichen Brennpunkt und gelangen folglich auch in der durch die Stromdichtekurven angezeigten Gleichförmigkeit auf divergenten Bahnen zur Kühlflügelanode.

Zur Kontrolle, ob die Blende des Strahltesters bei den Stromdichtemessungen wirklich durch das Strahlzentrum geht, d. h. ob der zu jeder gemessenen Stromdichte berechnete r-Wert mit dem Abstand der Blendenmitte von der optischen Achse übereinstimmt, wurde aus den Stromdichteprofilen ein Relativwert des Strahlstromes durch graphische Integration bestimmt. Das hierfür zu lösende Integral lautet:

$$I_{rg} = C \int I_b(r) df = 2\pi \int I_b(r) \cdot r dr \quad (4.2,8)$$

(I_{rg} = relativer Gesamtstrom, r = Strahlradius und oBdA $C = 1 \text{ cm}^{-2}$).

Bei der Integration ergab sich die mittlere prozentuale Abweichung ΔI_{rg} vom berechneten mittleren Strahlstrom $\bar{I}_{rg}$ zu

$$I_{rg} = \pm 2 \%$$

Dieses Ergebnis ist eine indirekte Bestätigung für die Richtigkeit der Messungen.

Die Berechnung von Stromdichtewerten aus den gemessenen I_b -Werten kann auf zwei Arten erfolgen:

1. Man kann einmal die I_b -Werte durch die Fläche der Blendenöffnung dividieren und erhält ein $j_1(r)$..
2. Zum anderen kann man aus dem Verhältnis des gemessenen Gesamtstromes I zum berechneten relativen Gesamtstrom I_{rg} mit Hilfe des Blendenstromes I_b eine Stromdichte $j_2(r)$ berechnen, für die gilt:

$$j_2(r) = C \cdot K \cdot I_b(r) = C \cdot \frac{I}{I_{rg}} I_b(r); \text{ denn es ist}$$

$$I = C \int K I_b(r) df \quad \text{und} \quad I_{rg} = C \int I_b df.$$

Ein Vergleich von j_1 und j_2 zeigte, daß $j_1 \approx 4j_2$ ist. Dies bedeutet, daß der effektive Blendendurchmesser nur halb so groß wie der wirkliche war, eine Tatsache, die sich vorteilhaft auf die Stromdichtemessungen im Elektronenstrahl auswirkt.

Um die Abhängigkeit des Strahlverlaufs von der Anodenspannung zu prüfen, wurden weitere Stromdichtemessungen bei $U_A = U_F = 400$ V und $U_W = 0$ durchgeführt. Sie sind in Abb. 58 wiedergegeben. Man erkennt, daß die Stromdichtekurven einen ähnlichen Verlauf haben wie bei $U_A = 200$ V. Auch hier beträgt das Verhältnis $j_1 : j_2 \approx 4$. Der gleiche Faktor wurde auch bei allen anderen Stromdichtemessungen gefunden.

Für den Strahldurchmesser $d(z)$ ergibt sich nach Abb. 58 folgende Tabelle:

Tabelle 2

z [mm]	d [mm]
1,8	0,94
2,56	1,24
3,22	1,22
4,1	1,54
5,12	1,73

Ein Vergleich von Tabelle 1 und 2 zeigt, daß der Elektronenstrahldurchmesser bei $U_A = 400$ V nur wenig von dem bei $U_A = 200$ V abweicht. Dies muß auch gelten, wenn die thermischen

Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen nicht berücksichtigt werden, da die Perveanz der Elektrodenanordnung konstant ist. Die aus den Stromdichteprofilen berechnete mittlere prozentuale Abweichung ΔI_{rg} vom berechneten mittleren Strahlstrom I_{rg} beträgt 6,5 %.

Der Einfluß einer negativen Wehneltspannung $U_W = - 5$ V auf den Strahlverlauf ist aus Abb. 59 ersichtlich. Hierbei wurde der Elektronenstrahl sichtbar nicht homogener; denn die Stromdichtekurven haben praktisch die gleiche Form wie bei $U_W = 0$. Dies ergibt sich auch aus Tabelle 3 für den Strahldurchmesser $d(z)$, d. h., die Form des Elektronenstrahls würde bei einer Verkleinerung des Wehneltzylinder-Kathodenabstandes in erster Näherung sich kaum ändern. Außerdem kann aus Tabelle 3 gefolgert werden, daß die Lage des Brennpunktes der Elektronenkanone von der negativen Wehneltspannung praktisch unbeeinflusst bleibt.

Tabelle 3

z [mm]	$d(z)$ [mm]
1,8	0,9
2,56	1,18
3,22	1,22
4,1	1,43
5,12	1,88

In Abb. 60 sind die bei $U_W = + 5$ V und $U_A = 200$ V aufgenommenen Stromdichtekurven dargestellt. Aus ihnen ergibt sich für den Strahldurchmesser $d(z)$

Tabelle 4

z [mm]	d [mm]
1,8	1,04
2,56	2,29
3,22	1,34
4,1	1,46
5,12	1,7

Die Änderungen des Strahlverlaufes gegenüber dem bei $U_W = 0$ sind auch hier unerheblich. Außerdem hat sich, wie Tabelle 4 erkennen läßt, der Strahldurchmesser geringfügig vergrößert. Das ist eine Folge der positiven Wehneltspannung.

Um den Einfluß einer Vergrößerung des Kathoden-Anodenabstandes

bei der berechneten Elektronenkanone (Nr. 1) auf ihre Kenn-
daten experimentell zu untersuchen, wurden Perveanz- und
Stromdichtemessungen an Elektronenkanonen (Nr. 2) mit 0,3 mm
größerem Kathoden-Anodenabstand durchgeführt. Die Perveanz
dieser Elektronenkanonen betrug im Mittel nur $3,6 \cdot 10^{-6} \text{ A V}^{-3/2}$.
Der größere Kathoden-Anodenabstand hat also eine bedeutende
Verringerung des Perveanzwertes bewirkt. Hiermit wird unter
anderem die Forderung nach kleinen Aufbautoleranzen für Hoch-
perveanzkanonen experimentell bestätigt. Die gemessenen Strom-
dichteprofile sind in den Abbildungen 61, 62 wiedergegeben.
In den Tabellen 5 und 6 sind die aus den Messungen folgenden
Strahldurchmesser $d(z)$ als Funktion des Abstandes z von der
Anode zusammengestellt.

Tabelle 5		Tabelle 6	
z [mm]	d [mm]	z [mm]	d [mm]
1,8	1,11	1,8	1,17
2,56	1,21	2,56	1,29
3,3	1,5	4,1	1,47
4,1	1,41		

Der Strahldurchmesser $d(z)$ ist also bei den Elektronenkanonen
Nr. 2 größer als bei der berechneten Elektronenkanone (Nr. 1).
Der Brennpunkt liegt mit $\approx 0,9$ mm dichter an der Anode als
bei der Elektronenkanone Nr. 1, während der engste Strahlra-
dius $a_0 \approx 0,45$ mm beträgt. Nach den Stromdichteprofilen zu
urteilen, ist der Öffnungsfehler nicht größer als bei der be-
rechneten Elektronenkanone. Die mittlere prozentuale Abwei-
chung ΔI_{rg} vom Mittelwert des berechneten Gesamtstromes be-
trägt $\pm 2,5$ %. Die für $U_A = 400$ V gemessenen Kurven zeigt
Abb. 62. Der Strahldurchmesser ist also auch bei der Elektro-
nenkanone Nr. 2 von der Anodenspannung praktisch unabhängig.

Zusammenfassend können wir feststellen, daß durch eine
Vergrößerung des Kathoden-Anodenabstandes die Kenndaten der
berechneten Elektronenkanone nicht verbessert werden konnten.

$I_B(r) = f(z)$ für E.K. Nr. 1 bei $U_A = U_F = U_B = 200$ V

Kathodentemperatur: 848°C

Vakuum: $0,6 \cdot 10^{-6}$ Torr

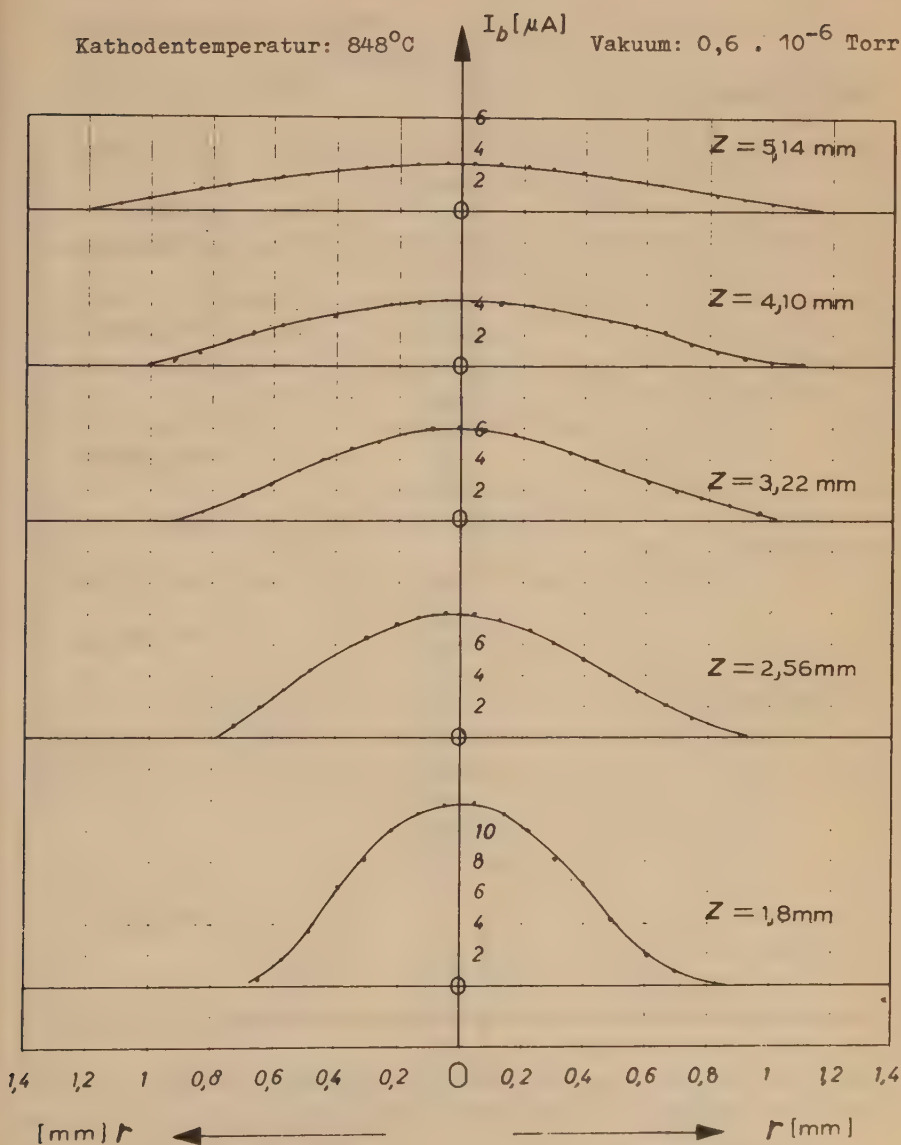
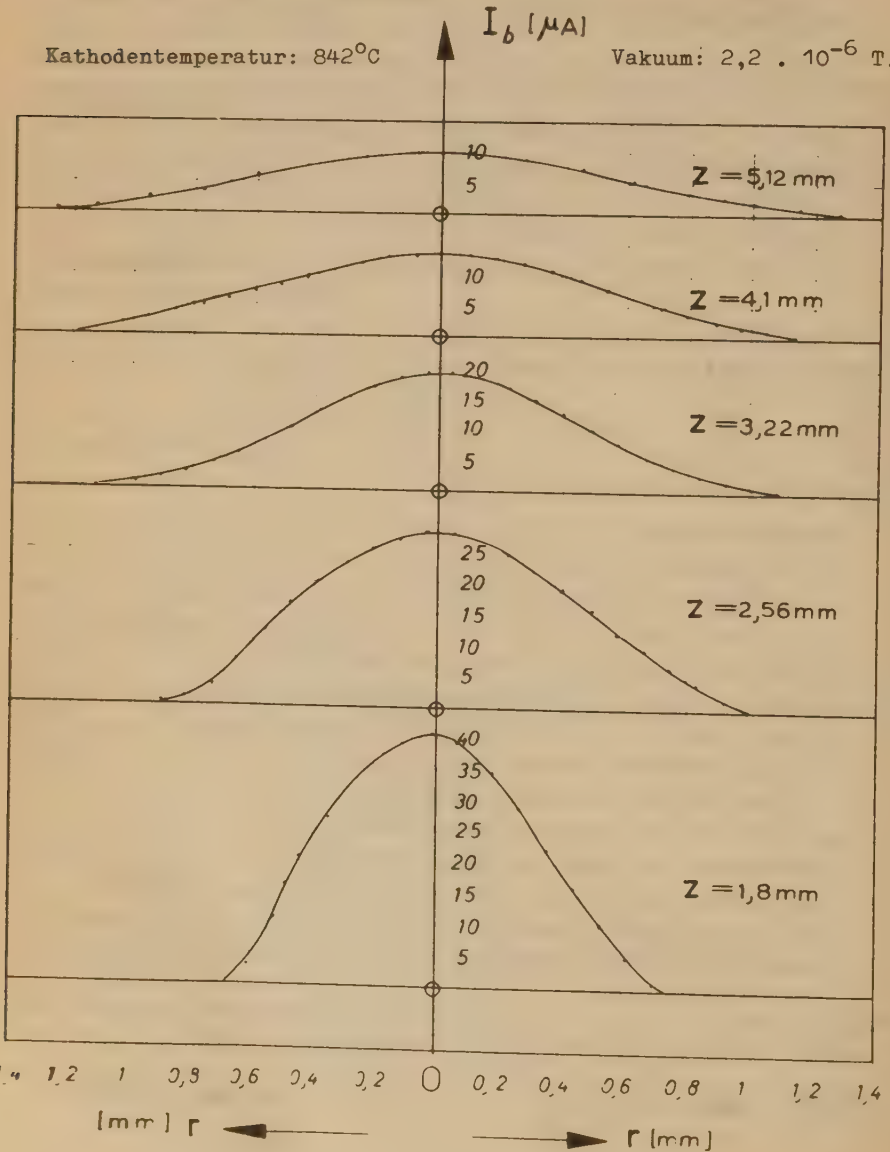


Abb. 57

$I_B(r) = f(z)$ für E.K. Nr. 1 bei $U_A = U_F = 400$ V und $U_W = 0$

Kathodentemperatur: 842°C

Vakuum: $2,2 \cdot 10^{-6}$ T.



$I_B(r) = f(z)$ für E.K. Nr. 1 bei $U_A = U_F = 200 \text{ V}$ und $U_W = -5 \text{ V}$

Kathodentemperatur: 843°C

$I_b [\mu\text{A}]$ $v_{\text{vakuum}}: 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ T.}$

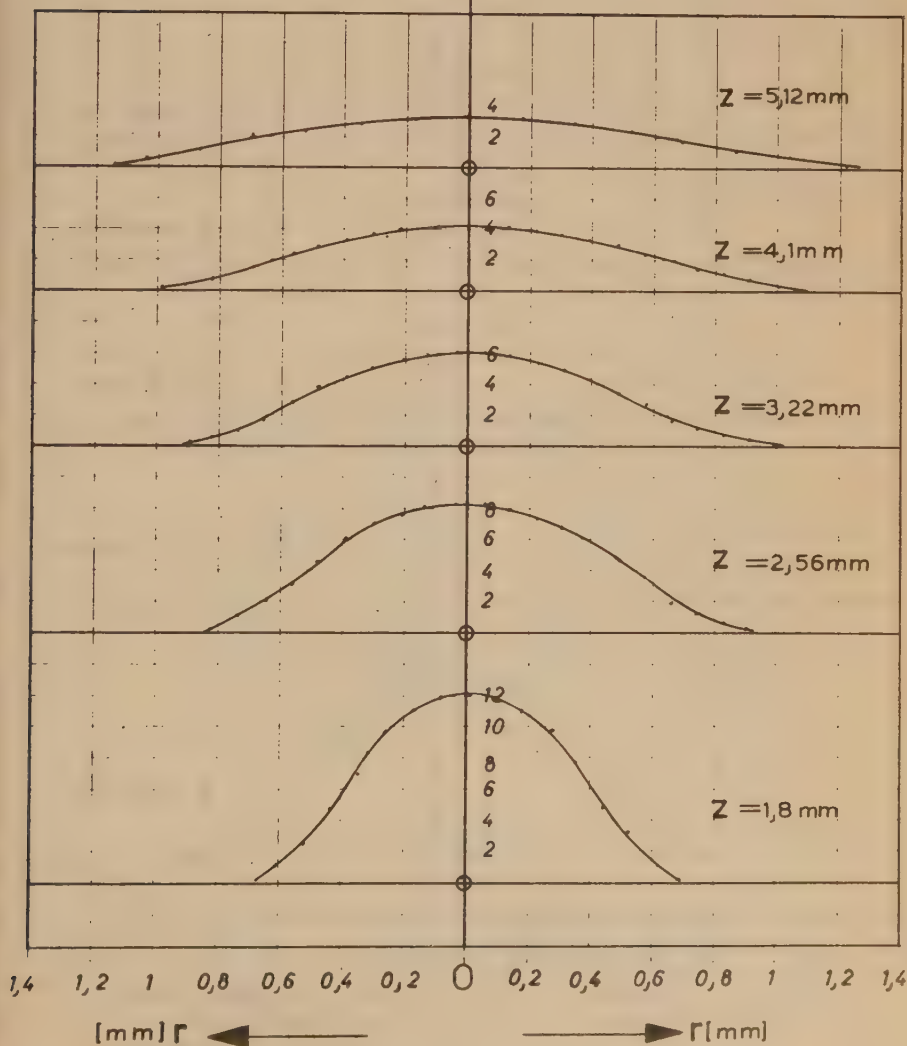


Abb. 59

$I_B(r) = f(z)$ für E.K. Nr. 1 bei $U_A = U_F = 200 \text{ V}$ und $U_W = + 5 \text{ V}$

Kathodentemperatur: 840°C

Vakuum: $0,7 \cdot 10^{-6} \text{ Torr}$

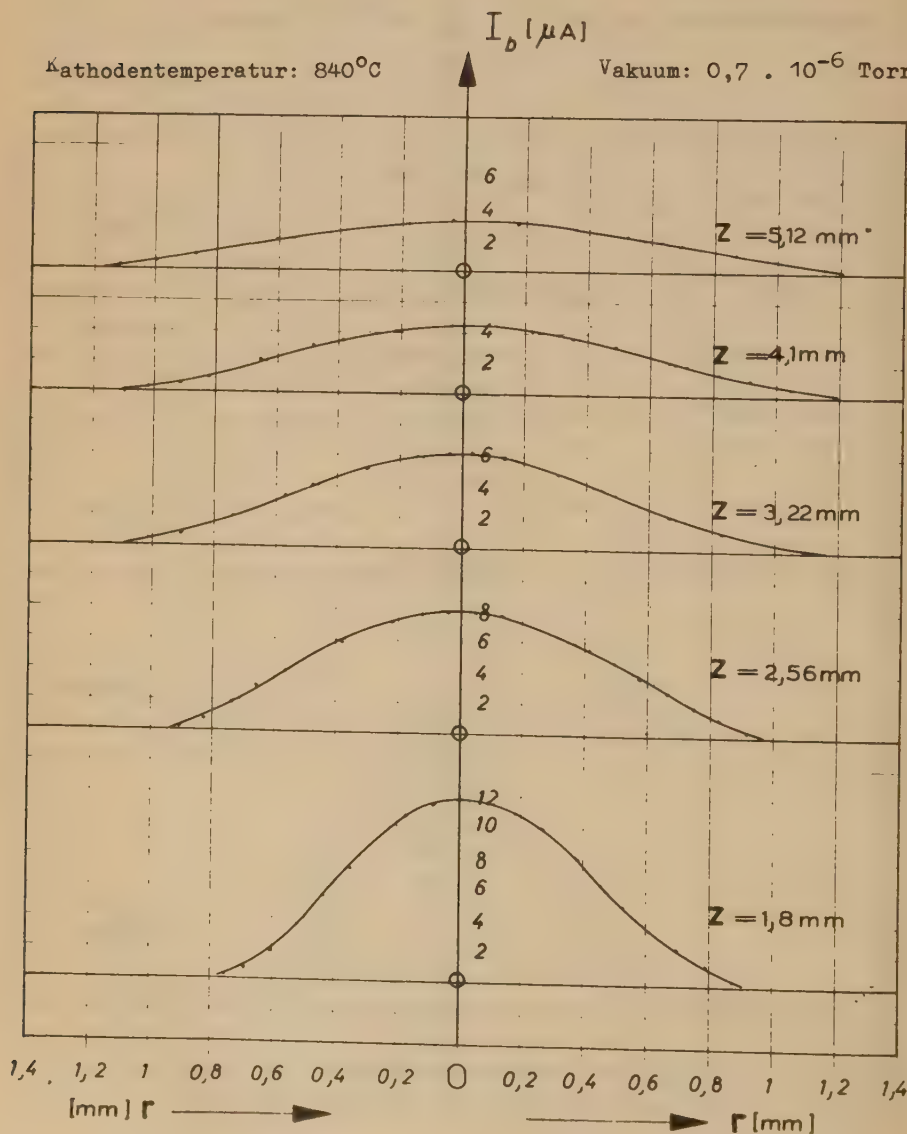


Abb. 60

$I_B(r) = f(z)$ für E.K. Nr. 2 bei $U_A = U_F = 200$ V mit $U_W = 0$

Kathodentemperatur: 841°C

$I_b [\mu\text{A}]$

Vakuum: $1,2 \cdot 10^{-6}$ T.

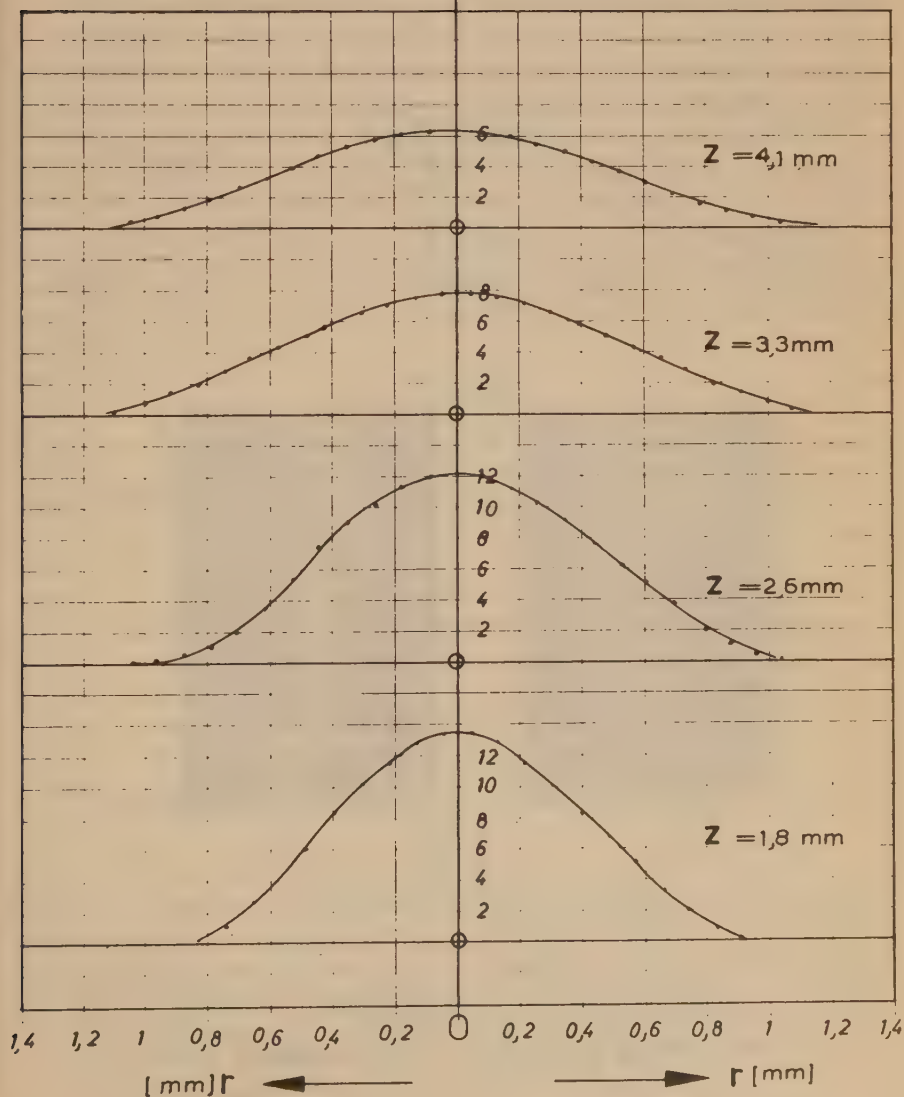


Abb. 61

$I_B(r) = f(z)$ für E.K. Nr. 2 bei $U_A = U_F = 400$ V und $U_W = 0$

Kathodentemperatur: 843°C

Vakuum: $3,5 \cdot 10^{-6}$ T.

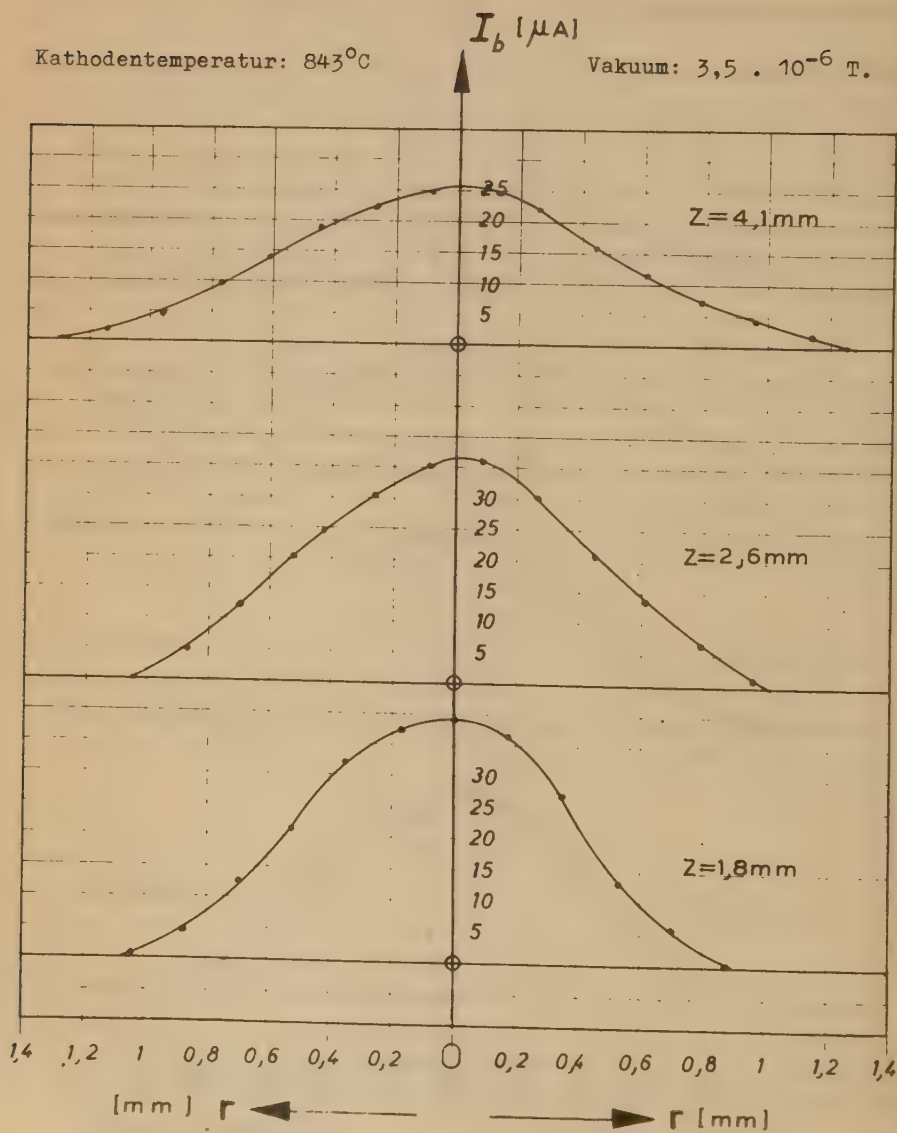


Abb. 62

Unabhängig von der oben beschriebenen Prüfung des Strahltesters durch die Berechnung des Gesamtstromes aus den gemessenen Stromdichteprofilen wurde zu seiner experimentellen Prüfung der Elektronenstrahl einer Pierce-Kanone, deren Perveanz $0,6 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ betrug, ausgemessen. Danach wurde an der gleichen Elektronenkanone der Elektronenstrahl durch Restgasanregung sichtbar gemacht und fotografiert. Als Restgas wurde Quecksilberdampf, der durch die absichtlich falsch justierte Kühlfalle der arbeitenden Quecksilberdiffusionspumpe in die Röhre diffundierte und dort während der Zeit, in der der Elektronenstrahl fotografiert wurde, einen Dampfdruck von $1,5 \dots 2,2 \cdot 10^{-5}$ Torr erzeugte, verwendet. Die hierbei für $U_A = 200 \text{ V}$ und $U_A = 600 \text{ V}$ erhaltenen Fotografien des Elektronenstrahls sind in den Abbildungen 63 und 64 dargestellt, während die mit dem Strahltester gemessenen Strahlprofile in Abb. 65 wiedergegeben sind.

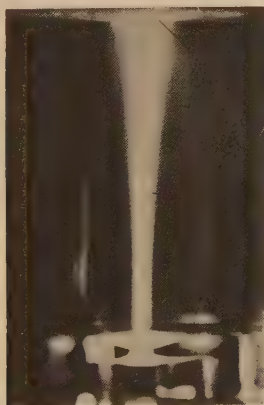


Abb. 63

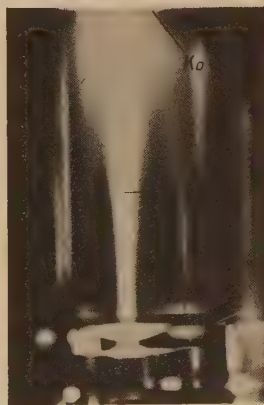


Abb. 64

Fotografien des Elektronenstrahls

$U_A = 200 \text{ V}$ $I_A = 1,7 \text{ mA}$

$U_{Ko} = 200 \text{ V}$ $U_W = 0$

Vakuum: $\approx 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ Torr}$

$U_A = 600 \text{ V}$ $I_A = 8,8 \text{ mA}$

$U_{Ko} = 600 \text{ V}$ $U_W = 0$

Vakuum: $\approx 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ Torr}$

A = Anode Ko = Kollektor

E = Elektronenstrahl

Im Original betrug der Anoden-Kollektorabstand 22 mm.

$I_B(r) = f(z)$ für E.K. nach Pierce $U_A = U_F = 600 \text{ V}$ und $U_W = 0$

Kathodentemperatur: 848°C

Vakuum: $5,3 \cdot 10^{-6} \text{ T.}$

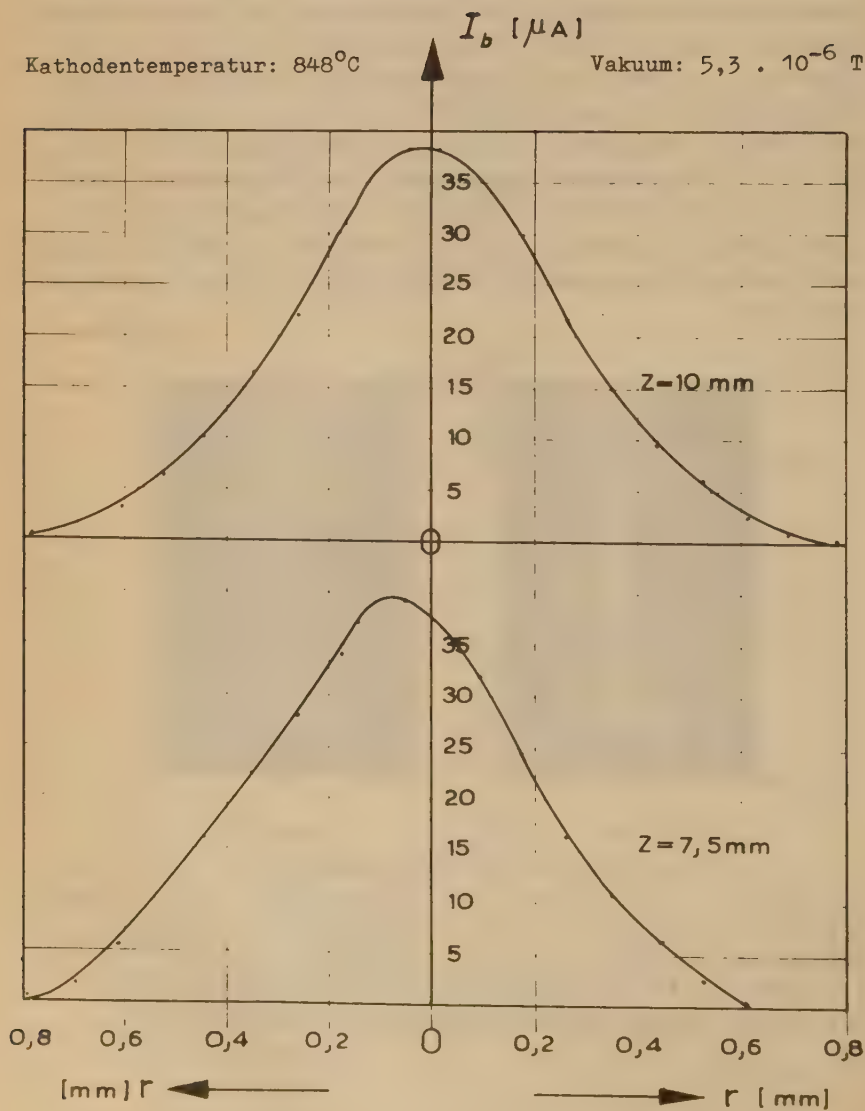


Abb. 65

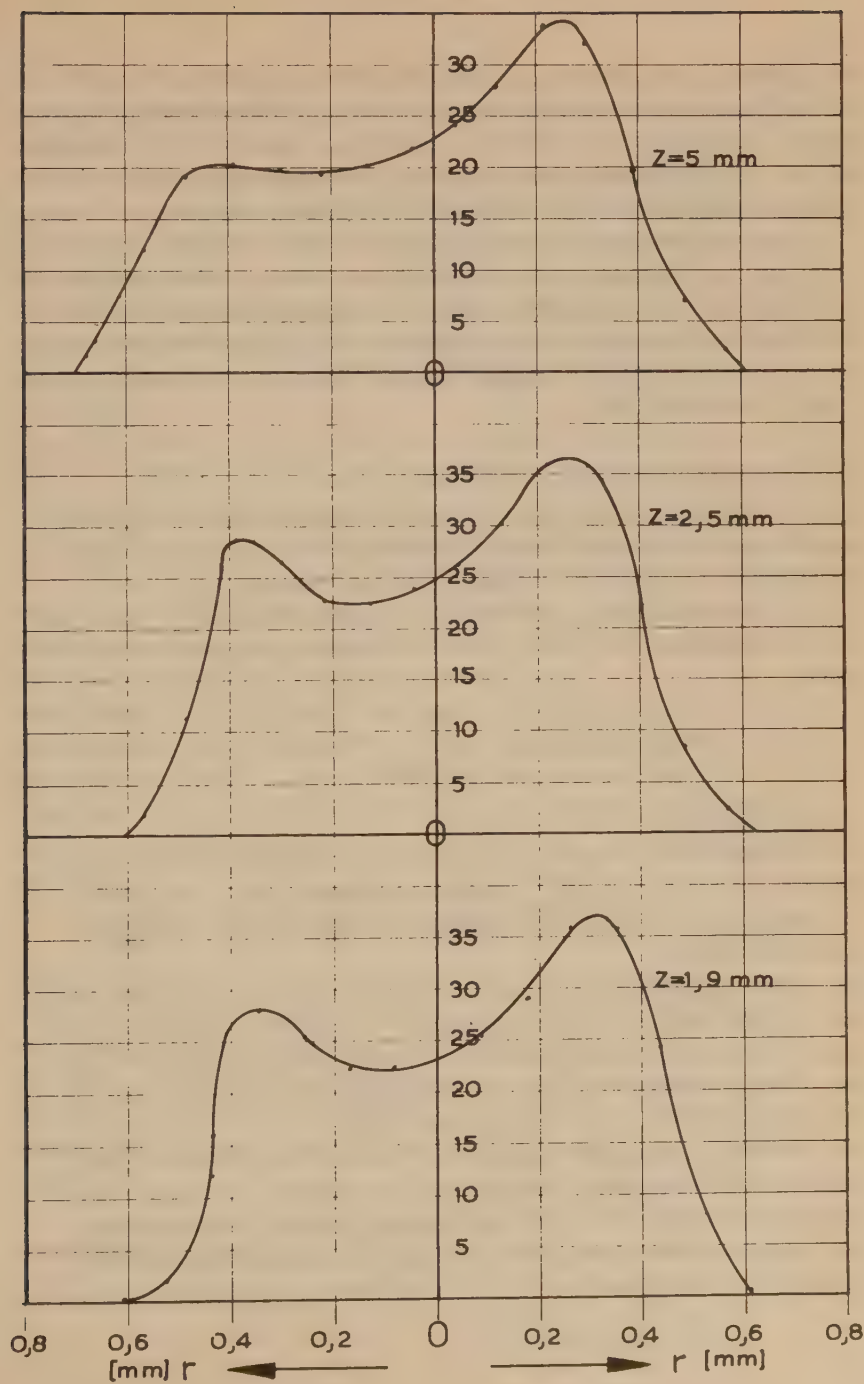


Abb. 65

Man erkennt, daß der mit dem Strahltester gemessene Strahlverlauf mit den fotografierten Strahlen befriedigend übereinstimmt, wodurch die Richtigkeit der Messungen mit dem Strahltester nochmals bestätigt wird. Aus Abb. 65 entnimmt man darüber hinaus, daß die Stromdichte im Strahl zwischen $z = 1,9 \dots 5 \text{ mm}$ zwei ungleiche Maxima hat. Die beiden Maxima sind eine Folge des Öffnungsfehlers der Pierce-Kanone, der bewirkt, daß die Randstrahlen einen anderen Brennpunkt haben als die achsennahen Strahlen. Die ungleiche Größe beider Maxima deutet auf eine geringe Unsymmetrie des Elektrodenaufbaues der Elektronenkanone hin.

5. SCHLUSSBEMERKUNG

Wie in der Einleitung erwähnt wurde, benötigt man in der Mikrowellenröhrentechnik heutzutage mehr und mehr Strahlerzeugungssysteme mit hoher Perveanz und Stromdichte.

Bei der vom Verfasser entwickelten Elektronenkanone, über die in der vorliegenden Arbeit berichtet wurde, konnte eine Perveanz

$$P = 4,8 \cdot 10^{-6} \text{ AV}^{-3/2} \quad (5.1)$$

und eine Stromverdichtung

$$v = \frac{F_{\text{Kath.}}}{F_{\text{min.}}} \approx 100 \quad (5.2)$$

erreicht werden.

Eine theoretische Behandlung von Elektronenkanonen mit Perveanzwerten $P > 10^{-7} \text{ AV}^{-3/2}$ wurde erstmals von J. R. Pierce durchgeführt, worüber wir ausführlich im zweiten Abschnitt berichtet haben.

Die dabei gewonnenen Gesichtspunkte führten in der Folge zum Bau verschiedener Elektronenkanonen mit hoher Leistungsfähigkeit. Dies gilt vor allem für die Elektronenkanonen nach Müller, Hechtel und Heil, deren Perveanzwerte und Stromverdichtungen in Tabelle 7 wiedergegeben sind.

Die höhere Leistungsfähigkeit der Kanonen nach Hechtel und Heil konnte vor allem dadurch erzielt werden, daß man - im Gegensatz zu Müller - auf einen geradlinigen Strahlverlauf im Beschleunigungsraum, wie ihn die Piercesche Theorie voraussetzt, verzichtete.

Aus Tabelle 7 ist zu ersehen, daß bei der vom Verfasser entwickelten Elektronenkanone eine weitere Steigerung der Perveanz und Stromverdichtung erreicht werden konnte.

Der Grund hierfür dürfte im wesentlichen darin liegen, daß in der vorliegenden Arbeit die Abweichungen von der Pierceschen Theorie mit Hilfe eines allgemeinen Berechnungsverfahrens für Hochperveanzkanonen systematisch erfaßt werden konnten.

Mit dem konstruierten Strahltester war es möglich, den Strahlverlauf direkt auszumessen und mit den Ergebnissen der Rechnung zu vergleichen; dabei zeigte sich eine gute Übereinstimmung.

Abschließend wollen wir uns noch überlegen, welche Größe man als Maß für die Leistungsfähigkeit einer Hochperveanzkanone ansehen könnte. Wie gesagt, kommt es nicht nur auf eine hohe Perveanz an, sondern auch auf eine möglichst große Stromverdichtung. Es ist schwierig, beides gleichzeitig zu verwirklichen. Dies geht schon aus der Überlegung hervor, die wir in der Einleitung hinsichtlich der defokussierenden Kräfte im Elektronenstrahl durchgeführt haben.

Dort hatten wir die Krümmung der Elektronenbahnen im engsten Strahlquerschnitt berechnet, welche durch die Größe $d\alpha/dz$ gegeben ist (siehe (1,7)). Für die Stromdichte war dabei, im Einklang mit den Experimenten, eine Gaußfunktion zugrunde zu Grunde gelegt worden ($j(r) = j_0 \exp(-r^2/r_0^2)$). Für $d\alpha/dz$ ergab sich

$$\frac{d\alpha}{dz} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} P \cdot \frac{1 - \exp(-r^2/r_0^2)}{r} \quad (5,3)$$

Für $r = 0$ und $r \rightarrow \infty$ ist die Krümmung gleich Null und nimmt ihr Maximum an einer Stelle r_1 an, für die sich durch Differenzieren des obigen Ausdrucks nach r die folgende Gleichung ergibt:

$$1 + 2 \frac{r_1^2}{r_0^2} = \exp(r_1^2/r_0^2). \quad (5,4)$$

Ihre Lösung errechnet sich zu

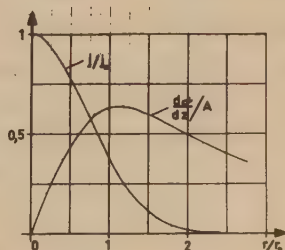


Abb. 66

$$(A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \cdot P/r_0)$$

$$r_1^2/r_0^2 = 1,26 \quad \text{bzw.} \quad r_1 = 1,12 r_0. \quad (5,5)$$

Als Maß für die Aufspreizung des Elektronenstrahls wird man nun die maximale Krümmung seiner Bahnen

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\alpha}{dz}\right)_{r=r_1} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \cdot P \frac{1 - \exp(-r_1^2/r_0^2)}{r_1} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{1 - e^{-1,26}}{1,12} \cdot P/r_0 \end{aligned} \quad (5,6)$$

ansehen können, und wie man sieht, ist diese Größe zu P/r_0 bzw. - bei fest vorgegebener Kathodenfläche $F_{\text{Kath.}}$ - zu $P \cdot \sqrt{v}$ proportional; denn gemäß (5,1) ist

$$\sqrt{v} = \sqrt{\frac{F_K}{J r_0^2}} \sim \frac{1}{r_0}.$$

Hieraus erkennt man, daß die Schwierigkeiten der Strahlbündelung mit $P \cdot \sqrt{v}$ wachsen, da die Elektronenkanone die defokussierenden Kräfte im Elektronenstrahl kompensieren muß. Daher scheint uns diese Größe für die Leistungsfähigkeit einer Hochperveanzkanone charakteristisch zu sein, und sie wurde in der letzten Spalte der Tabelle 7 aufgeführt.

Tabelle 7

Kanone nach	P [$10^{-6} \text{ AV}^{-3/2}$]	v [1]	$P \cdot \sqrt{v}$ [$10^{-6} \text{ AV}^{-3/2}$]
M. Müller	2	6	4,9
R. Hechtel	3,6	25	18
O. Heil	3	75	26
Verfasser	4,8	100	48

5. ZUSAMMENFASSUNG

1. Einführend wird nach einer Erläuterung des Begriffes "Perveanz" die Bedeutung dieser Größe in der Mikrowellenröhrentechnik behandelt und die Forderung nach Elektronenstrahlen möglichst hoher Perveanz und Stromdichte für Mikrowellenröhren erörtert. Die charakteristischen Bauelemente einer Elektronenkanone zur Erzeugung von Elektronenstrahlen werden angegeben und ihre Eigenschaften in bezug auf die Größe der Perveanz und Stromdichte beschrieben.
2. Die bekannten Verfahren zur Berechnung von Elektronenkanonen werden zusammenhängend dargestellt und ihre Gültigkeitsgrenzen untersucht. Es zeigt sich, daß man mit derartigen Rechenmethoden die Eigenschaften von Elektronenkanonen mit Perveanzwerten über $2 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ und Verdichtungen $v \geq 20$ (v ist das Verhältnis von emittierender Kathodenfläche zur Fläche des engsten Strahlquerschnittes) nicht hinreichend genau berechnen kann.
3. Mit Elektronenkanonen, in denen sich die Elektronen nicht auf annähernd geradlinigen Bahnen bewegen, lassen sich Perveanzwerte $P \geq 3 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ und Verdichtungen $v > 20$ erreichen. Hierfür werden zwei Beispiele aus der Literatur angeführt. Ihr Elektrodenaufbau wird diskutiert und eine allgemeine Berechnungsmethode für derartige Elektronenkanonen entwickelt. Damit läßt sich bei Vorgabe der Elektrodenanordnung der Elektronenstrahlverlauf innerhalb ihres Beschleunigungsraumes hinreichend genau berechnen.
4. Mit Hilfe dieser Berechnungsmethode und einiger allgemeiner Gesichtspunkte, die sich aus der dargelegten Pierceschen Theorie ergeben, wurde eine neue Hochperveanzkanone konstruiert, deren Elektrodenaufbau angegeben ist. Die Perveanz beträgt $4,8 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot \text{V}^{-3/2}$ und die Verdichtung ist ≈ 100 .
5. Die Ermittlung der Potentialverteilung mit Raumladungseinfluß in der Hochperveanzkanone erfolgte mit einer elektronischen Rechenmaschine. Das für die Rechnung aufgestellte

Strukturdiagramm und das vollständige Rechenprogramm sind beschrieben. Die berechnete Potentialverteilung und die daraus durch Mittelwertbildung erhaltenen Äquipotentiallinien sowie der Elektronenstrahlverlauf sind in Schnittzeichnungen der Hochperveanzkanone dargestellt.

6. Nach einer Betrachtung über die Bauweise von Elektronenkanonen wird die technische Ausführung der berechneten Elektronenkanone beschrieben und zur näheren Erläuterung eine technische Zeichnung angefügt. Ein Vergleich der gemessenen und berechneten Perveanzwerte der Hochperveanzkanone zeigt gute Übereinstimmung beider Werte. Ein zur experimentellen Untersuchung des Elektronenstrahls entwickelter Strahltester wird beschrieben. Der mit ihm an der Elektronenkanone gemessene Strahldurchmesser zeigt eine befriedigende Übereinstimmung mit dem berechneten Wert, was dahin zu deuten ist, daß der bei der dritten Näherung verbliebene Fehler hinreichend klein ist.

6. Literaturverzeichnis

- [1] Barber, M.R. und Sander, K.F., The calculation of electrostatic electron-gun performance, J.Electron.Contr. 1959, 7, 465.
- [2] Beck, H.W., High-current-density thermionic emitters: a survey, Proc. IEE, Part B vol. 106 (1959) 28.
- [3] Bottenberg, H.; Zinke, O., Über Potential und Perveanz der Zylinderdiode im Raumladungsgebiet, Arch. elektr. Übertr. 18 (1964) 6 S. 335 - 341
- [4] Charles, D., L'optique électronique des tubes, H.F. Ann. Radio électricité 4 (1949) 33 - 47.
- [5] Gregory, B.C.; Sander K.F., New methode of simulating space charge in the electrolytic tank, Proc. Instr. electr. Eng. 111 (1964) 10 S. 1766 - 1770
- [6] Hanszen, K.J., Ein abgewandeltes Schattenverfahren zur genaueren Bestimmung der geometrisch optischen Daten von Elektronenstrahlerzeugern und Elektronenlinsen, Z. Naturforsch. 19a (1964) 7/8 S. 896 - 905
- [7] Hechtel, R., Zur Bestimmung der Elektrodenformen von Elektronenkanonen nach Pierce, Telefunken Ztg. 28 (1955) 222 - 226.
- [8] Hechtel, R., Elektronenkanonen hoher Perveanz, AEÜ 10, (1956) 535 - 540.
- [9] Hechtel, R., Moderne Reflexklystrons, AEÜ 10 (1956) 133 - 138.
- [10] Hechtel, R., Ein Widerstandsnetzwerk zur Lösung der Poissonschen Differentialgleichung, Telefunken-Röhre Heft 32 (1955) 38 - 46.
- [11] Hechtel, R., Berechnung des raumladungsbegrenzten Stromes für beliebig geformte Elektroden, Telefunken Ztg. Jahrg. 31 (1958) 124 - 130.
- [12] Hechtel, R., Die Berechnung von Elektronenbahnen in elektrostatischen Potentialfeldern unter Berücksichtigung der Raumladung, Telefunken -Röhre Heft 30/31 (1953).
- [13] Heil, O., Ebers, J.J., A new wide-range high-frequency oscillator, Proc. IRE (Juni 1950) 645 - 650.
- [14] Hollwey, D. L., The determination of electron trajectories in the presence of space charge, Austral. J. Phys. 8 (1955) 74.

- [15] Houdremont, E., Handbuch der Sonderstahlkunde, Verlag Springer, Berlin/Göttingen 1956.
- [16] Huber, H. und Kleen, W., Elektronenstrahlen hoher Stromdichte in elektrostatischen Feldern, Arch. Elektrotechn. 39 (1950) 394 - 414.
- [17] Jahnke, E. und Emde, F., Tables of functions, Dover Publications, New York 1945, 32.
- [18] Kellog, O., Foundations of potential theory, Springer, Berlin 1929.
- [19] Kleen, W., Pöschl, K., Einführung in die Mikrowellen-elektronik, Teil II, S. Hirzelverlag, Stuttgart 1958.
- [20] Langmuir, J. und Blodgett, K.B., Currents limited by space charge between concentric spheres, Phys. Rev 24 (1924) 49 - 59.
- [21] Liebmann, G., Precise solution of partial differential equations by resistance networks, Nature 164 (1949) 149 - 159.
- [22] Liebmann, H., Sonderbericht der Bayr. Akad. München (1918) S. 385.
- [23] Mathias, L.E.S. und King, P.G.R., On the performance of high perveance electron guns, IRE transactions on electron devices, vol. ED-4, 1957.
- [24] Musson-Genon, R., Représentation à la cuve électrolytique de l'effet de charge d'espace dans les tubes à vide. L'Onde Electrique Nr. 255 (1948) 2 - 8.
- [25] Müller, M., Neue Gesichtspunkte zur Berechnung von Elektronenkanonen für zylindrische Strombündel großer Raumladung, AEU 9 (1955) 20 - 28.
- [26] Pierce, I.R., Rectilinear flow in beams, J. appl. Phys. 11 (1940) 548 - 554.
- [27] Pierce, I.R., Theory and design of electron beams, D. van Norstrand Co., New York 1949.
- [28] Radley, D.E., The theory of the Pierce type electron gun, Journal Electronics 4 (1958) 125 - 148.
- [29] Radley, D.E., Electrodes for convergent Pierce-type electron guns, J. Electronics and Control 15 (1963) 5469 - 477.
- [30] Reed, E.D., A tunable low voltage reflex klystron for operation in the 50 to 60 kmc band, Bell Syst. tech. J. vol. 34 (Mai 1955) 563 - 599.

- [31] Rothe, H. und Kleen, W., Hochvakuum-Elektronenröhren, Bd. 1, Akad. Verlagsges., Frankfurt/M. (1955).
- [32] Shortley, G.H. und Weller, R., The numerical solution of Laplace's equation, J. appl. Phys. 9 (1938) 334 - 348.
- [33] Southwell, R.V., Relaxation methods in engineering science; Relaxation methods in theoretical physics, Clarendon Press, Oxford 1946.
- [34] Sternberg, W., Elemente der Potentialtheorie, Bd. 1, W. de Gruyter-Verlag, Sammlung Götschen, Berlin und Leipzig (1925).
- Sternberg, W., Randwertaufgaben der Potentialtheorie, Bd. 2, W. de Gruyter-Verlag, Sammlung Götschen, Berlin und Leipzig (1926).
- [35] Stiefel, E., Über einige Methoden der Relaxationsrechnung, Z. angew. Math. u. Phys. 3 (1952) 1 - 33.
- [36] Wang, C.C., Electron beams in axially symmetrical electric and magnetic fields, Proc. Inst. Radio engrs. 38 1950 135 - 147.
- [37] Weber, C., Berechnung von Potentialfeldern und Elektronenbahnen mit Hilfe einer elektronischen Rechenanlage, Philips techn. Rdsch. 24, 142 - 155 (1963).
- [38] -, Werkstoff-Handbuch Stahl und Eisen, Hrsg. v. Verein Deutscher Eisenhüttenleute, Düsseldorf 1953.

AN H A N G

Vollständiges Programm zur Berechnung des Potentialfeldes unter Berücksichtigung des Raumladungseinflusses der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Hochperveanzkanone (siehe Abb. 43) auf der elektronischen Rechenmaschine "Ural".

Z	00	0200	
	00	0000	
	00	0200	
	00	0000	Zone 2
	00	0000	
0000			
1			
2	31	0012	} Eingabeprogramm
3	01	0003	
4	00	2125	
5	22	1272	
6	31	6200	
7	01	0004	} Sprung zur Kontrollsummenbildung
10	00	7756	
11	22	1740	
12	25 _y	0013	
13	02	1667	
14	56	1753	} Programm dafür, daß das Kontrollsummenbildungsprogramm wieder gelöscht wird.
15	24 _y	0014	
16	22	0021	
17	00	0172	
20	40	0177	
21	25 _x	5556	} 122·2 ⁻¹⁷ Anzahl der zu korrigierenden Punkte -1 a ₅ Konstante für den äußeren Zyklus
22	42	7756	
23	16	4116	
24	12	4076	
25	07	4115	
26	16	4120	Zone 3 beginnt bei 0012; hier ist das Zonenzeichen einzufügen
27	12	4076	
30	16	4122	
31	12	4100	
32	16	4124	
33	12	4102	Z 00 0200 00 0000 00 0300 00 0000 00 0000
34	16	4126	
35	12	4104	
36	16	4130	
37	12	4106	
40	16	4132	Umwandlung aller Dezimalzahlen des Programms vom Dezimalsystem ins Dualsystem.
41	12	4110	
42	16	4134	
43	12	4112	
44	16	4136	
45	02	4120	(10 → 2)
46	06	4114	
47	01	4120	
50	06	4114	
51	01	4124	

0052	06	4114
53	01	4126
54	06	4114
55	01	4130
56	06	4114
57	01	4132
60	06	4114
61	01	4134
62	06	4114
63	01	4136
64	06	4074
65	17	4072
66	05	4116
67	16	4116
70	01	4116
71	22	1552
72		314631
73		463146
74		316121
75		073417
76		417777
77		777777
100		400777
1		777777
2		400037
3		777777
4		400001
5		777777
6		400000
7		077777
10		400000
11		003777
12		400000
13		000177
14		240000
15		020000
16		0
17		0
20		0
21		0
22		0
23		0
24		0
25		0
26		0
27		0
30		0
31		0
32		0
33		0
34		0
35		0
36		0
37		0
40	24x	0022
41	25°	0010
42	42°	1373
43	16	0346
44	16	0410
45	16	0434
46	16	0436
47	16	0401

10 → 2

Zyklus, der angibt, welche Gitter-
wegerechte abgearbeitet wird.
13+4 für Änderung der Adressen von
 U_i, R_i, J_i .

U_i

- III -

150	16	0504	
51	16	0566	} U_i
52	16	0570	
53	16	0272	} U_{i-1}
54	16	0450	
55	16	0264	} U_{i+1}
56	16	0452	
57	16	0305	} U_{i-k}
60	16	0456	
61	16	0470	} U_{i+k}
62	16	0422	
63	16	0454	} R_i
64	16	0472	
65	16	0413	} R_{i+1}
66	16	0425	
67	16	0431	} R_{i-k}
70	16	0520	
71	16	0532	} R_{i+k}
72	16	0536	
73	16	0542	} j_i
74	16	0544	
75	16	0546	} $25_1 \quad n_1$
76	16	0560	
77	16	0550	} $2r_i$
200	16	0562	
1	16	0343	} $h/2r_i$
2	16	0501	
3	42	1617	} $\min(h_2^{2,3,4})$
4	16	0242	
5	42	1236	} $c_j \quad v_0$ (Anzahl der vorderen Randpunkte)
6	16	0260	
7	16	0303	} c_k (Anzahl der inneren Punkte)
10	16	0317	
11	16	0337	} $c_j \quad h_i$ (Anzahl der hinteren Randpunkte)
12	16	0363	
13	16	0377	} NB+a für h_{i+1} der hinteren Randpunkte
14	42	1236	
15	16	0474	} NB+a für h_{i-1} der hinteren Randpunkte
16	16	0554	
17	42	1236	} Sprung z. Anweisung f. weitere Adressen- Änderungen
20	16	0301	
21	16	0314	} Korrektur des Zyklenzählerstandes für 25 ₀ , "a ₁ "=0620, "a ₂ "=3152 (1. Hälfte der Hilfeszelle 7152)
22	16	0375	
23	42	1161	} Hier wird durch 25 ₀ die Zahl der Punkte eingeschrieben die auf der jeweiligen Waagerechten zu berechnen sind
24	16	0244	
25	42	1664	} Anzahl der vorhandenen Randpunkte, auf einer Waagerechten wird dort eingeschrieben. (c _j -Bildung)
26	16	0441	
27	42	1203	
30	16	0611	
31	42	1532	
32	16	0573	
33	42	1543	
34	16	0577	
35	42	1122	
36	02	0020	
37	01	0000	
40	01	0620	
41	16	3152	
42	00	0000	
43	25 ₁	0000	
44	00	0000	
45	00	0000	

- IV -

246	16	7210	
47	02	7210	
50	03	0621	Berechnng. d. Rdpkte. n. Gl.
51	16	7210	Sprung zu c_k
52	21	0441	
53	00	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i+1} \\ h_{i-1} \end{array} \right\}$
54	42	0000	
55	00	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i+1} \\ h_{i-1} \end{array} \right\}$
56	41	0000	
57	16	7140	$\Pi^1 h_{i+1} + h_{i-1}$
60	00	0000	$\left. \begin{array}{l} 2r_i \\ H^1 \end{array} \right\}$
61	02	7166	
62	07	7140	$H^1 2r_i : (h_{i+1} + h_{i-1})$
63	16	7140	$\left. \begin{array}{l} U_{i+1} \\ h_{i+1} \end{array} \right\}$
64	00	0000	
65	46	6274	$\left. \begin{array}{l} U_{i+1} \\ h_{i+1} \end{array} \right\}$
66	00	0000	
67	47	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i+1} \\ \Pi^1 \end{array} \right\}$
70	16	7142	
71	02	7140	$\Pi^1 \Pi^2 (2r_i : (h_{i+1} + h_{i-1})) \cdot U_{i+1} : h_{i+1}$
72	00	0000	$\left. \begin{array}{l} U_{i-1} \\ h_{i-1} \end{array} \right\}$
73	46	6270	
74	00	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i-1} \\ H^2 \end{array} \right\}$
75	47	0000	
76	01	7142	$\left. \begin{array}{l} H^2 \\ 1:30 \end{array} \right\}$
77	16	7142	
300	02	6556	$2r_i : (h_{i+1} + h_{i-1}) \cdot \left(\frac{U_{i+1}}{h_{i+1}} + \frac{U_{i-1}}{h_{i-1}} \right)$
1	00	0000	$\left. \begin{array}{l} \min(h_{2,3,4}^2) \\ 2r_i \end{array} \right\}$
2	06	7114	
3	00	0000	$\left. \begin{array}{l} U_{i-k} \\ h_{i-k} \end{array} \right\}$
4	01	7166	
5	00	0000	$\left. \begin{array}{l} U_{i-k} \\ h_{i-k} \end{array} \right\}$
6	46	6222	
7	00	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i-k} \\ H^1 \end{array} \right\}$
10	47	0000	
11	16	7140	$H^1 (2r_i + h) : h_{i-k} \cdot U_{i-k}$
12	00	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i-k} \\ \min(h_{2,3,4}^2) \end{array} \right\}$
13	42	0000	
14	00	0000	$\left. \begin{array}{l} \min(h_{2,3,4}^2) \\ H^4 \end{array} \right\}$
15	06	7114	
16	16	7146	$\left. \begin{array}{l} 2r_i \\ H^4 \end{array} \right\}$
17	00	0000	
20	02	7166	$\left. \begin{array}{l} U_{i+k} \\ 1:30 \end{array} \right\}$
21	03	7146	
22	00	0000	$\left. \begin{array}{l} U_{i+k} \\ 1:30 \end{array} \right\}$
23	46	6342	
24	07	6556	$\left. \begin{array}{l} 1:30 \\ 1:30 \end{array} \right\}$
25	01	7140	
26	16	7140	$\left. \begin{array}{l} H^1 \\ 1:30 \end{array} \right\}$
27	02	6556	
30	00	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i-k} \\ H^3 \end{array} \right\}$
31	41	0000	
32	16	7144	$\left. \begin{array}{l} H^1 \\ H^3 \end{array} \right\}$
33	02	7140	
34	07	7144	$\left. \begin{array}{l} H^2 \\ H^2 \end{array} \right\}$
35	01	7142	
36	16	7142	$\left. \begin{array}{l} 1 \\ h_{i-k} + h \end{array} \right\}$
37	00	0000	
40	02	7166	$\left. \begin{array}{l} 2r_i \\ j_i \end{array} \right\}$
41	07	6226	
42	06	6552	
43	00	0000	

- V -

344	46	7162	$\left. \begin{array}{l} j_i \\ H^3 \\ U_i \end{array} \right\} 1,905r_i \cdot j_i$
45	16	7144	
46	00	0000	
47	42	6272	
50	16	7214	
51	20	0351	
52	16	3216	
53	02	7214	
54	22	0731	$H^3 \text{ Sprung zur Wurzelberechnung}$
55	02	7144	
56	07	7140	$H^1 H^1 U_i (1,905r_i \cdot j_i): U_i$
57	16	7140	
60	02	7142	$H^2 H^1 H^1 \text{ Zähler von } \bar{U}_i$
61	03	7140	
62	16	7140	
63	00	0000	$\left. \begin{array}{l} 2r_i \\ h_{i-1} \end{array} \right\}$
64	02	7166	
65	00	0000	
66	47	0000	$\left. \begin{array}{l} h_{i+1} \\ H^2 \end{array} \right\} 2r_i:(h_{i+1}h_{i-1})$
67	00	0000	
70	47	0000	
71	16	7142	$\left. \begin{array}{l} h_{i-k} \\ \min(h_2^2, 3, 4) \end{array} \right\}$
72	02	6556	
73	00	0000	
74	43	0000	$\left. \begin{array}{l} 2r_i \\ 2r_i \end{array} \right\}$
75	00	0000	
76	06	7114	
77	00	0000	
400	01	7166	
1	07	6556	$\left. \begin{array}{l} h_{i-k} \\ H^2 \end{array} \right\} H^2 \text{ Nenner von } \bar{U}_i$
2	00	0000	
3	47	0000	
4	01	7142	$\left. \begin{array}{l} U^1 \\ H^2 \end{array} \right\} U_i$
5	16	7142	
6	02	7140	
7	07	7142	
10	00	0000	$\left. \begin{array}{l} R_i \\ R_i \end{array} \right\} R_i = 4(\bar{U}_i - U_i)$
11	43	6272	
12	07	7256	
13	00	0000	
14	06	5400	
15	16	7214	
16	20	0417	
17	16	3216	
20	02	7214	
21	23	0001	$\left. \begin{array}{l} \text{wenn Schalter 1 aus geschaltet ist, zu} \\ 2 \rightarrow 10 \text{ springen und } R_i \text{ drucken} \end{array} \right\}$
22	22	1002	
23	20	0423	
24	16	3216	
25	00	0000	$\left. \begin{array}{l} R_i \\ R_i \end{array} \right\} R_i \text{ Vergleich, ob } R_i \leq 10^{-6}$
26	40	5400	
27	04	6620	
30	01	0713	
31	00	0000	
32	42	5400	
33	00	7252	
34	00	0000	$\left. \begin{array}{l} U_i \text{ neu} \\ U_i \text{ neu} \end{array} \right\}$
35	41	6272	
36	00	0000	
37	00	6270	
40	12	0615	
41	00	0000	$\left. \begin{array}{l} \text{...} \\ \text{...} \end{array} \right\} \text{... zu } 24_1 \text{ } 0247$

- VI -

442	20	0000	}	c_k	
43	16	7212		H^{xx}	
44	02	7212		H^{xx}	
45	03	0621		Inhalt von (0621) = $1 \cdot 2^{-17}$	
46	16	7212	H^{xx}	Sprung zur Anweisung f. Berechnung der Rand-	
47	21	0573			
50	00	0000		punkte (hintere)	
51	42	6270	}	U_{i-1}	
52	00	0000		U_{i+1}	
53	41	6274	}	U_{i+k}	innere Punkte
54	00	0000		U_{i-k}	
55	41	6342	}	U_{i-1}	$H^1 \sum U_i$
56	00	0000		U_i	
57	41	6222	}	U_{i-1}	$H^2 \frac{1}{4} U_i$
60	16	7140		U_{i-4}	
61	00	0000	}	U_{i-4}	$H^2 U_{i-4} U_i$
62	42	6272		U_{i-k}	
63	07	7252	}	U_{i+k}	$h:2r_i$
64	16	7142		U_i	
65	02	7140	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
66	03	7142		U_{i-1}	
67	16	7142	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
70	00	0000		U_{i-1}	
71	42	6222	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
72	00	0000		U_{i-1}	
73	43	6342	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
74	00	0000		U_{i-1}	
75	06	7234	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
76	01	7142		U_{i-1}	
77	16	7142	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
500	02	7076		U_{i-1}	
1	00	0000	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
2	43	7162		U_{i-1}	
3	16	7144	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
4	00	0000		U_{i-1}	
5	42	6272	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
6	16	7214		U_{i-1}	
7	20	0507	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
10	16	3216		U_{i-1}	
11	02	7214	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
12	20	0731		U_{i-1}	
13	02	7144	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
14	07	7140		U_{i-1}	
15	16	7140	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
16	02	7142		U_{i-1}	
17	03	7140	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
20	00	0000		U_{i-1}	
21	56	5400	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
22	16	7214		U_{i-1}	
23	20	0524	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
24	16	3216		U_{i-1}	
25	02	7214	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
26	22	0002		U_{i-1}	
27	22	1002	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
30	20	0530		U_{i-1}	
31	16	3216	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
32	00	0000		U_{i-1}	
33	42	5400	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
34	04	0026		U_{i-1}	
35	01	0713	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
36	00	0000		U_{i-1}	
37	41	5400	}	U_{i-1}	$H^2 \sum U_{i-1} U_i + \frac{h}{2r_i} (U_{i-k} - U_{i+k})$
				U_{i-1}	

- VII -

540	06	7252	
41	16	7140	$H^1 \quad \frac{1}{4} R_1$
42	00	0000	}
43	42	5402	
44	00	0000	}
45	41	5376	
46	00	0000	}
47	41	5330	
50	00	0000	}
51	41	5450	
52	22	2055	}
53	16	7140	
54	00	0000	}
55	02	7234	
56	06	7236	}
57	16	7142	
60	00	0000	}
61	42	5330	
62	00	0000	}
63	43	5450	
64	06	7142	}
65	01	7140	
66	00	0000	}
67	41	6272	
70	00	0000	}
71	56	6272	
72	22	0614	}
73	00	0000	
74	16	0253	}
75	16	0266	
76	16	0367	}
77	00	0000	
600	16	0255	}
1	16	0274	
2	16	0365	}
3	00	0000	
4	16	0307	}
5	16	0312	
6	16	0330	}
7	16	0373	
10	16	0402	}
11	00	0000	
12	16	0244	}
13	22	0244	
14	24 ₁	0444	}
15	24 ₁	0247	
16	22 ₁	0622	}
17	00	0241	
20		004000	}
21		000001	
22	30	3152	}
23	25 ₀	0000	
24	24 ₀	0142	}
25	25 ₀	4042	
26	42 ₂	7066	}
27	41	7062	
30	06	6124	}
31	16	7150	
32	42	7014	}
33	07	7256	
34	16	7142	}
35	42	7064	

$$R_{i+1}$$

$$R_{i-1}$$

$$R_{i-k}$$

$$R_{i+k}$$

$$H^1; \frac{1}{4} R_i + \frac{1}{16} \cdot R_i$$

$$h/2r_i$$

$$H^2 \quad h/32r_i$$

$$R_{i-k}$$

$$R_{i+k}$$

$$H^2 = \frac{1}{4} R_i + \frac{1}{16} \cdot \sum_{i=1}^4 R_i + \frac{h}{32r_i} \cdot (R_{i-k} - R_{i+k})$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

$$U_i$$

636	07	7252	
37	16	7144	$H^3 \quad 4U_i$
40	02	7076	$(1,905:1,900) \cdot 10^{-4}$
41	06	6510	
42	46	7754	
43	16	7146	$H^4 \quad \frac{2}{3} 1,905 \cdot 10^5 j_1 h^2$
44	20	0644	
45	16	3216	} Vorbereitung zum Sprung nach dem Wurzel-
46	42	7064	
47	22	0731	H^4 Adresse des 1. Befehls der Wurzel-
50	02	7146	wird in H^1 gespeichert
51	07	7140	$H^1 \quad h^2$
52	16	7140	H^1
53	02	7150	H^5
54	01	7142	$R_1 \quad H^3 h^2$
55	03	7144	H^1
56	03	7140	
57	56	6172	$R_1 = \frac{2}{3} \cdot (U_{i+1} + U_{i-1}) + \frac{8}{3} U_{i-k} - 4U_i - \frac{2}{3} \frac{1,905 \cdot 10^5 j_1 h^2}{VU_i}$
60	20	0661	
61	16	3216	Vorbereitung zum evtl. Sprung zum 2 10 Pro-
62	42	6172	gramm und zum Ausdrucken
63	27	0003	R_1 Wenn Schalter 3 ausgeschaltet ist, zu
64	22	1062	2 → 10 springen und ausdrucken
65	20	0664	
66	16	3216	
67	42	6172	R_1
70	04	6626	Vergleich, ob $ R_1 \leq 10^{-4}$
71	21	0713	
72	42	6172	R_1
73	06	7252	$H^1 \quad \frac{1}{4} R_1$
74	16	7140	$R_{i+1} \quad R_{i-1}$
75	42	6174	
76	41	6170	
77	06	6214	H^1
700	01	7140	$\frac{1}{4} R_1 + \frac{1}{24} (R_2 + R_4)$
1	16	7140	R_{i-k}
2	42	6122	
3	06	7250	U_i, H^1
4	01	7140	
5	41	7064	neues U_i
6	56	7064	
7	24	0626	
10	20	0000	
11	16	1620	} falls noch nicht alle U_i genügend korri-
12	22	0141	
13	02	1620	giert sind, Korrekturzähler löschen u. vorn
14	01	0621	beginnen
15	16	1620	
16	03	0017	Vergleich, ob alle R_1 korrigiert
17	00	0000	sind
20	30	3216	
21	21	0006	
22	25	4666	
23	20	0723	
24	16	3216	} falls alle U_i genügend korrigiert sind,
25	42	7066	
26	22	1002	sind sie ausdrucken
27	24	0723	
30	27	0731	Stop
31	15	4774	
32	06	0750	} Wurzelprogramm für $U_i > 0$
33	16	4776	

734	02	0772	
35	06	4774	
36	01	0773	
37	16	5000	
40	02	4774	
41	06	7766	
42	07	5000	
43	17	5000	
44	05	0766	
45	16	5000	
46	02	4774	
47	06	0766	
50	07	5000	
51	17	5000	
52	05	0766	} Wurzelprogramm für U_1 0
53	16	5000	
54	02	0776	
55	17	5000	
56	11	0000	
57	10	0777	
60	21	0762	
61	22	0763	
62	06	4770	
63	16	7140	
64	30	3216	} H^1
65	22	0004	
66		200000	} 0,5
67		000000	
70		665011	} 2
71		714640	
72		223000	} 0,57422
73		157000	
74		0	} 0,42578
75		0	
76		0	} Wurzelarbeitszellen
77		0	
1000		0	
1		0	
2	06	1061	
3	16	1103	} 2 → 10
4	12	5062	
5	06	1061	
6	16	1102	
7	12	5064	
10	06	1061	
11	16	5104	
12	12	5066	
13	06	1061	
14	16	5106	
15	12	5070	} 2 → 10
16	06	1061	
17	16	5110	
20	12	5072	
21	06	1061	
22	16	5112	
23	12	1574	
24	06	1061	
25	16	5114	
26	12	5076	
27	06	1061	} 2 → 10
30	16	5116	
31	12	5100	

- X -

1032	06	1061
33	16	5120
34	02	1103
35	13	5062
36	14	1102
37	13	1564
40	14	5104
41	13	5066
42	14	5106
43	13	5070
44	14	5110
45	13	5072
46	14	5112
47	13	5074
50	14	5114
51	13	5076
52	14	5116
53	13	5100
54	14	5120
55	14	5062
56	32	0000
57	30	3216
60	22	0004
61		240000
62		017777
63		777777
64		000777
65		777777
66		000037
67		777777
70		000001
71		777777
72		000000
73		077777
74		000000
75		003777
76		000000
77		000177
1100		000000
1		000007
2		0
3		0
4		0
5		0
6		0
7		0
10		0
11		0
12		0
13		0
14		0
15		0
16		0
17		0
20		0
21		0
22	02	1551
23	16	0000
24	02	1621
25	16	0001
26	22	1130
27	00	0000

0,25

2 → 10

Besetzung der Zellen 0000 u. 0001

- XI -

1130	42	1606	NB+a für h_{i-k}	hinten
31	16	0603		
32	42	1434		
33	16	0307	h_{i-k}	vorn
34	16	0312		
35	16	0330		
36	16	0373	h_{i-1}	vorn
37	16	0402		
40	42	1423		
41	16	0255	h_{i+1}	vorn
42	16	0274		
43	16	0365		
44	42	1412	Rücksprung	
45	16	0253		
46	16	0266		
47	16	0367	NB+a für $c_j 2^{-17}$	vorn
50	22	0236		
51	30	1341		
52	30	1342	NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
53	30	1343		
54	30	1344		
55	30	1345	NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
56	30	1346		
57	30	1347		
60	30	1350	NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
61	30	1351		
62	30	1330		
63	30	1331	Bildung von NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
64	30	1332		
65	30	1333		
66	30	1334	Bildung von NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
67	30	1335		
70	30	1336		
71	30	1337	Bildung von NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
72	30	1340		
73	02	1162		
74	02	1163	Bildung von NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
75	02	1164		
76	02	1165		
77	02	1166	Bildung von NB+a für $c_j 2^{-17}$	hinten
1200	02	1167		
1	02	1170		
2	02	1171	Inhalt von a des Befehls NB+a für h_{i-k}	hinten
3	02	1172		
4	00	0000		
5	00	6354	Inhalt von a des Befehls NB+a für h_{i-k}	hinten
6	00	6356		
7	00	6370		
10	00	6324	Inhalt von a des Befehls NB+a für h_{i+1}	hinten
11	00	6440		
12	00	6506		
13	00	6356	Inhalt von a des Befehls NB+a für h_{i+1}	hinten
14	00	6356		
15	00	0000		
16	00	6350	Inhalt von a des Befehls NB+a für h_{i+1}	hinten
17	00	6356		
20	00	6360		
21	00	6374	NB+a für $h/2r_i$, $2r_i$ u. $\min(h_{2,3,4}^2)$	
22	00	6130		
23	00	6476		
24	00	6556	NB+a für $h/2r_i$, $2r_i$ u. $\min(h_{2,3,4}^2)$	
25	00	6356		
26	30	1237		

- XII -

1227	30	1240	NB+a für $h/2r_1$, $2r_i$ u. $\min(h_{2,3,4}^2)$
30	30	1241	
31	30	1242	
32	30	1243	
33	30	1244	
34	30	1245	
35	30	1246	
36	30	1247	Inhalt von a des Befehls NB+a für $h/2r_i$ u. $2r_i$, $\min(h_{2,3,4}^2)$
37	00	0000	
40	00	0002	
41	00	0004	
42	00	0006	
43	00	0010	
44	00	0012	
45	00	0014	Inhalt von a des Befehls NB+a für h_{i+1} vorn
46	00	0016	
47	00	0020	
50	00	6204	
51	00	6246	
52	00	6264	
53	00	6300	Inhalt von a des Befehls NB+a für h_{i-1} vorn
54	00	6330	
55	00	6346	
56	00	6360	
57	00	6366	
60	00	6620	
61	00	6212	Kontrollsummenbildung für Zone 3
62	00	6252	
63	00	6266	
64	00	6316	
65	00	6332	
66	00	6350	
67	00	6362	
70	00	6370	R_1 gespeichert
71	00	6620	
72	20	0000	
73	25	6112	
74	66	6124	
75	24	1274	
76	16	7774	
77	02	7774	n von wh_1
1300	14	7776	
1	21	1303	
2	22	0006	
3	02	7774	
4	16	7776	
5	22	0002	
6	00	4004	$c_k \cdot 2^{-17}$
7	00	4010	
10	00	4012	
11	00	4020	
12	00	4026	
13	00	4036	
14	00	4042	
15	00	4042	
16	00	4042	
17		000000	
20		000003	
21		000005	
22		000007	
23		000012	
24		000016	

- XIII -

1325		000020	}	$c_k 2^{-17}$	
26		000021			
27		000027			
30		000000			
31		000002			
32		000002	}	$c_j 2^{-17}$	hinten
33		000003			
34		000003			
35		000003			
36		000003			
37		000002	}	$c_j 2^{-17}$	vorn
40		000002			
41		000004			
42		000003			
43		000002			
44		000002	}	1. Zeile	
45		000002			
46		000002			
47		000002			
50		000002			
51		000002	}	Werte, die mittels NB+a zu den Adres-	sen von $U_i, U_{i+1}, U_{i-1}, U_{i+k}, U_{i-k},$
52		000000			
53		000050			
54		000120			
55		000174			
56		000250	}	diert werden	
57		000326			
60		000402			
61		000452			
62		000522			
63	30	1352	}	NB+a für U_i etc.	
64	30	1353			
65	30	1354			
66	30	1355			
67	30	1356			
70	30	1357	}	NB+a für U_i, R_i, j_i etc.	
71	30	1360			
72	30	1361			
73	30	1362			
74		0000			
75					
76		0000			
77					
1400		0000			
2	30	1250	}	NB+a für h_{i+1}	vorn
3	30	1251			
4	30	1252			
5	30	1253			
6	30	1254			
7	30	1255	}	NB+a für h_{i-1}	vorn
10	30	1256			
11	30	1257			
12	30	1260			
13	30	1261			
14	30	1262	}		
15	30	1263			
16	30	1264			
17	30	1265			
20	30	1266			
21	30	1267			
22	30	1270			
23	30	1271			

- XIV -

1424	30	1435	2. Zeile ↑ der R_i	
25	30	1436		
26	30	1437		
27	30	1505		
30	30	1544		NB+a für h_{1-k} vorn
31	30	1545		
32	30	1546		
33	30	1547		
34	30	1550		
35	00	6234		
36	00	6256	h_{1-k} vorn	
37	00	6270		
40		0		
41				
42		0		
43				
44		0		
45				
46		0		
47				
50		0		
51				
52	30	1215	2. Zeile ↑ der R_i	
53	30	1216		
54	30	1217		
55	30	1220		NB+a für h_{1+1} hinten
56	30	1221		
57	30	1222		
60	30	1223		
61	30	1224		
62	30	1225		
63	30	1607		
64	30	1730		
65	30	1731		
66	30	1732	NB+a für h_{1-1} hinten	
67	30	1733		
70	30	1734		
71	30	1735		
72	30	1736		
73	30	1737		
74	30	1204		
75	30	1205		
76	30	1206		
77	30	1207		
1500	30	1210	NB+a für h_{1-k} hinten	
1	30	1211		
2	30	1212		
3	30	1213		
4	30	1214		
5	00	6320	Adresse von h_{1-k} vorn	
6		0		
7				
10		0		
11				
12		0		
13				
14		0		
15				
16		0		
17				
20		0		
21				

- XV -

1522	02	1452	} Anweisung für die Residuenrechnung hinten
23	02	1453	
24	02	1454	
25	02	1455	
26	02	1456	
27	02	1457	} h_{i+1}
30	02	1460	
31	02	1461	
32	02	1462	
33	02	1463	
34	02	1464	} Anweisung für die Residuenrechnung hinten
35	02	1465	
36	02	1466	
37	02	1467	
40	02	1470	
41	02	1471	} h_{i-1}
42	02	1472	
43	02	1473	
44	00	6334	
45	00	6352	
46	00	6364	} 4. Zeile Adressen der h_{i-k} vorn
47	00	6410	
50	00	6620	
51	20	0000	
52	56	7756	
53	22	0140	} Nachtrag für 10 → 2
54		0	
55		0	
56		0	
57		0	
60		0	}
61		0	
62		0	
63		0	
64		0	
65		0	}
66		0	
67		0	
70		0	
71		0	
72		0	}
73		0	
74		0	
75		0	
76	02	1474	
77	02	1475	} h_{i-k}
1600	02	1476	
1	02	1477	
2	02	1500	
3	02	1501	
4	02	1502	} Anweisung für die Residuenrechnung hinten
5	02	1503	
6	02	1504	
7	30	1306	
10	30	1307	
11	30	1310	} 5. Zeile NS+a für Wh_1 n_1
12	30	1311	
13	30	1312	
14	30	1313	
15	30	1314	
16	30	1315	}
17	30	1316	
20		0	NS+u für die korrigierten R_i

- XVI -

1621	22	0241
22		0
23		
24		0
25		
26		0
27		
30		0
31		
32		0
33		
34		0
35		
36		0
37		
40		0
41		
42		0
43		
44		0
45		
46		0
47		
50		0
51		
52		0
53		
54	30	1317
55	30	1320
56	30	1321
57	30	1322
60	30	1323
61	30	1324
62	30	1325
63	30	1326
64	30	1327
65		
66		0
67	00	0000
70		0
71		
72		0
73		
74		0
75		
76		0
77		
1700		0
1		
2		0
3		
4		0
5		
6		0
7		
10		0
11		
12		0
13		
14		0
15		
16		0
17		

$Nb + a$ für $G_n \cdot 2^{-17}$

6. Zeile $\uparrow$ der R_i

1720		0	
21			
22		0	
23			
24		0	
25			
26		0	
27			
30	00	6352	} Adressen der h_{i-1} hinten
31	00	6556	
32	00	6364	
33	00	7074	
34	00	6434	
35	00	6502	
36	00	6556	
37	00	6556	
40	20	0000	} Kontrollsumme für Zone 4
41	25	5556	
42	66	7756	
43	24	1742	
44	16	7774	
45	02	7774	
46	14	7776	
47	21	1751	
50	22	0012	
51	02	7774	
52	16	7776	
53	22	0006	
54		0	
55			
56		0	
57			
60		0	
61			
62		0	
63			
64		0	
65			
66		0	
67			
70		0	
71			
72		0	
73			
74		0	
75			
76		0	
77			
2000		0	
1			
2		0	
3			
4		0	
5			
6		0	
7			
10		0	
11			
12		0	
13			
14		0	
15			

Zeile $\uparrow$ der R_i

2016	0
17	
20	0
21	
22	0
23	
24	0
25	
26	0
27	
30	0
31	
32	0
33	
34	0
35	
36	0
37	
40	0
41	
42	0
43	
44	0
45	
46	0
47	
50	0
51	
52	0
53	
54	0
55	06 7236
56	01 7140
57	22 0553
60	0
61	
62	0
63	
64	0
65	
66	0
67	
70	0
71	
72	0
73	
74	0
75	
76	0
77	
2100	0
1	
2	0
3	
4	0
5	
6	0
7	
10	0
11	
12	0
13	

9. Zeile $\uparrow$ $\alpha. R_i$

$$H^1 \quad \frac{1}{4} R_1 + \frac{1}{16} \sum R_1$$

2114	0		
15			
16	0		
17			
20	0		
21			
22	0		
23			
24	252525 }	2/3	10. Zeile [↑] der R _i
25	252526 }		
26	0		
27			
30	0		
31			
32	0		
33			
34	0		
35			
36	0		
37			
40	0		
41			
42	0		
43			
44	0		
45			
46	0		
47			
50	0		
51			
52	0		
53			
54	0		
55			
56	0		
57			
60	0		
61			
62	0		
63			
64	0		
65			
66	0		
67			
70	0		
71			
72	0		
73			
74	0		
75			
76			
77			

Z	00	0200	}
	00	0000	
	00	0400	
	00	0000	
	00	0000	
	00	0000	

Zone 4

- XX -

6200	0 $\bar{3}$	<i>Alle Dezimalzahlen sind im Folgenden auf 9 Stellen ergänzt zu denken.</i>	
1			
2	0 $\bar{3}$		
3			
4	028		
5			
6	02		
7			
10	0 $\bar{3}$		
11			
12	0 $\bar{3}$		
13			
14	041666667 }	1:24	
15			
16	0		
17			
20	0		
21			
22	0		
23			
24	0		
25			
26	200 }	1:5	
27			
30	0066		
31			
32	0133		
33			
34	0154		
35			
36	0 $\bar{3}$		
37			
40	028		
41			
42	02		
43			
44	0 $\bar{3}$		
45			
46	0133	1. Zeile (der U_i)	
47			
50	0266		
51			
52	0 $\bar{3}$		
53			
54	0 $\bar{3}$		
55			
56	0246		
57			
60	0 $\bar{3}$		
61			
62	0		
63			
64	0		
65			
66	00005		
67			
70	00017		
71			
72	00030		
73			
74	0		
75			

6276	02930	
77		
6300	03	
1		
2	03	
3		
4	020	
5		
6	0280	
7		
10	03	
11		
12	0040	
13		
14	0080	
15		
16	03	2. Zeile
17		
20	01730	
21		
22	03	
23		
24	03	
25		
26	02660	
27		
30	0	
31		
32	000080	
33		
34	00030	
35		
36	0002750	
37		
40	0010	
41		
42	00120	
43		
44	0	
45		
46	03	
47		
50	0280	
51		
52	03	
53		
54	03	
55		
56	03	
57		
60	01730	
61		
62	03	
63		
64	03	
65		
66	01870	3. Zeile
67		
70	006	
71		
72	03	
73		

6374	03
75	
76	0
77	
6400	00020
1	
2	0003850
3	
4	0006450
5	
6	001090
7	
10	001860
11	
12	003870
13	
14	00500
15	
16	0110
17	
20	0
21	
22	02660
23	
24	01470
25	
26	03
27	
30	02660
31	
32	03
33	
34	03
35	
36	02270
37	
40	01070
41	
42	0
43	
44	0
45	
46	000180
47	
50	0003650
51	
52	00060
53	
54	000930
55	
56	00160
57	
60	022480
61	
62	0040
63	
64	0070
65	
66	0070
67	
70	010
71	

4. Zeile

6472	01
73	
74	03
75	$\overline{03}$
76	03
77	
6500	03
1	
2	03
3	
4	0307
5	
6	0173
7	
10	6
11	
12	0
13	
14	00012
15	
16	00029
17	
20	00049
21	
22	00078
23	
24	00155
25	
26	00193
27	
30	00278
31	
32	00445
33	
34	005835
35	
36	00048
37	
40	00925
41	
42	00071
43	
44	01
45	
46	01
47	
50	01
51	
52	190555556
53	
54	211720305
55	
56	03
57	
60	0
61	
62	000027
63	
64	00010
65	
6	0030
37	

6570	000020
71	
72	00093
73	
74	00148
75	
76	00215
77	
6600	00293
1	
2	004110
3	
4	00550
5	
6	00673
7	
10	00773
11	
12	00852
13	
14	00911
15	
16	00964
17	
20	00985
21	
22	01
23	
24	01
25	
26	0001
27	
30	0
31	
32	00009
33	
34	00027
35	
36	00046
37	
40	00072
41	
42	001
43	
44	00161
45	
46	00226
47	
50	003
51	
52	004
53	
54	00522
55	
56	00641
57	
60	00717
61	
62	0079
63	
64	0084
65	
66	009

7. Zeile

6667	
70	0095
71	
72	00928
73	
74	00971
75	
76	00989
77	
6700	0
1	
2	00014
3	
4	00035
5	
6	0005
7	
10	00078
11	
12	0011
13	
14	0017
15	
16	0023
17	
20	003
21	
22	00392
23	
24	005
25	
26	00587
27	
30	00671
31	
32	00758
33	
34	00797
35	
36	0084
37	
40	00882
41	
42	009105
43	
44	00931
45	
46	0095
47	
50	0
51	
52	00016
53	
54	00032
55	
56	00058
57	
60	00082
61	
62	00117
63	
64	001735
65	

8 Zeile

9 Zeile

6766	00232
67	
70	003
71	
72	00388
73	
74	00476
75	
76	00564
77	
7000	00644
1	
2	00726
3	
4	00751
5	
6	00791
7	
10	00831
11	
12	00871
13	
14	00897
15	
16	0091
17	
20	0
21	
22	00017
23	
24	00034
25	
26	00055
27	
30	00084
31	
32	00121
33	
34	00174
35	
36	00234
37	
40	003
41	
42	00372
43	
44	00476
45	
46	00562
47	
50	00637
51	
52	00716
53	
54	00742
55	
56	00778
57	
60	00815
61	
62	0085
63	
64	00895

10 Zeile

7065
66
67
70
71
72
73
74
75
76
77
7100
1
2
3
4
5
6
7
10
11
12
13
14
15
16
17
20
21
22
23
24
25
26
27
30
31
32
33
34
35
36
37
40
41
42
43
44
45
46
47
50
51
52
53
54
55
56
57
60
61
62

00922

0

03

03

h_{i-1}

002117284 }

$(1,905:9) \cdot 10^{-2}$

0

0

0

0

0

0

00003265

0001475

000567

0000475

00027

000024

0000535

001776

004166666

0

0

Hilfszelle 1

0

" " 2

0

" " 3

0

" " 4

0

" " 5

0

Zyklenzähler

0

00075

0012

0014

Potentialwerte
J-Werte

$$\frac{15 \cdot \min(h_{2,1,4}^2)}{2(i+1)}$$

7163		
64	0	
65		
66	000019536	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \frac{2i}{30} \frac{15 \min(h_{2,i}^2)}{2(i+1)}$
67		
70	000078667	
71		
72	0002646	
73		
74	000019	
75		
76	0000999	
77		
7200	000064	
1		
2	0000107	
3		
4	00023679	
5		
6	00027778	
7		
10	0	Hilfszelle H^*
11		
12	0	" " H^{**}
13		
14	0	
15		
16	0	
17		
20	0	
21		
22	0006	
23		
24	000755	
25		
26	00086	
27		
30	00157	
31		
32	00228	
33		
34	0	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \frac{h}{2\tau_i}$
35		
36	0625	
37		
40	0714285	
41		
42	083	
43		
44	1	
45		
46	125	
47		
50	16	
51		
52	25	
53		
54	9	
55		
56	375	
57		
60	0	
61		

7262	0
63	
64	0
65	
66	0
67	
70	000502
71	
72	000592
73	
74	00089
75	
76	00103
77	
7300	0017
1	
2	0022
3	
4	0
5	
6	0
7	
10	0
11	
12	0
13	
14	0
15	
16	0
17	
20	0
21	
22	0
23	
24	0
25	
26	0
27	
30	0
31	
32	0
33	
34	0
35	
36	000384
37	
40	00058
41	
42	00068
43	
44	000736
45	
46	001275
47	
50	0162
51	
52	0037
53	
54	0
55	
56	0
57	
60	0

7361	
62	0
63	
64	0
65	
66	0
67	
70	0
71	
72	0
73	
74	0
75	
76	0
77	
7400	0
1	
2	0
3	
4	000350
5	
6	000422
7	
10	000503
11	
12	00079
13	
14	0009.5
15	
16	00118
17	
20	00193
21	
22	0054
23	
24	0056
25	
26	002
27	
30	0
31	
32	0
33	
34	0
35	
36	0
37	
40	0
41	
42	0
43	
44	0
45	
46	0
47	
50	0
51	
52	00026
53	
54	000372
55	
56	000406
57	

7460	000568
61	
62	000815
63	
64	00101
65	
66	00132
67	
70	00195
71	
72	00314
73	
74	006
75	
76	0068
77	
7500	006
1	
2	001
3	
4	0
5	
6	0
7	
10	0
11	
12	0
13	
14	0
15	
16	0
17	
20	0
21	
22	000285
23	
24	000408
25	
26	00053
27	
30	00057
31	
32	00078
33	
34	00135
35	
36	00138
37	
40	002
41	
42	00284
43	
44	0051
45	
46	008
47	
50	0055
51	
52	00
53	
54	0095
55	
56	002

7557	
60	001
61	
62	0005
63	
64	0
65	
66	0
67	
70	0
71	
72	00029
73	
74	00038
75	
76	000554
77	
7600	00071
1	
2	00091
3	
4	00121
5	
6	0017
7	
10	00203
11	
12	0026
13	
14	003504
15	
16	006
17	
20	0074
21	
22	0084
23	
24	0086
25	
26	0136
27	
30	018
31	
32	025
33	
34	01
35	
36	05
37	
40	0
41	
42	0003
43	
44	000379
45	
46	000490
47	
50	00062
51	
52	000768
53	
54	0011
55	

7656	00146
57	
60	00182
61	
62	00225
63	
64	0048
65	
66	0065
67	
70	0087
71	
72	009
73	
74	0094
75	
76	013
77	
7700	0146
1	
2	022
3	
4	064
5	
6	068
7	
10	0
11	
12	000297
13	
14	000376
15	
16	000494
17	
20	00062
21	
22	000765
23	
24	00108
25	
26	00145
27	
30	00180
31	
32	0022
33	
34	0046
35	
36	0064
37	
40	0069
41	
42	007
43	
44	009
45	
46	011
47	
50	012
51	
52	0172
53	
54	0245
55	
56	03
57	

Lebenslauf

Am 4. April 1931 wurde ich, Friedrich Schulz, in Hansfelde Kreis Saatzig geboren.

Meine Eltern besaßen dort eine Landwirtschaft.

Von 1937 bis 1945 besuchte ich die Volksschule in Hansfelde und in den Jahren 1946/47 die Grundschule in Steffenshagen Kreis Pritzwalk.

Anschließend erlernte ich das Kraftfahrzeughandwerk.

Die Reifeprüfung legte ich an der ABF Potsdam im Herbst 1953 ab.

Im Wintersemester 1953/54 begann ich mit dem Studium der Physik an der Humboldt-Universität in Berlin. Die zum Vordiplom erforderlichen Prüfungen bestand ich im Sommersemester 1955.

Im Wintersemester 1961/62 setzte ich mein Physikstudium an der Freien Universität in Berlin fort.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren R. Ritschl, E. Habann, A. Deubner, F. Möglich, H. Grell, G. Rienäcker, H. Schmidt, R. Honerjäger, G. Ludwig und H. Pachale.

Seit dem Frühjahr 1962 bin ich Doktorand von Herrn Professor Dr. R. Hosemann im Fritz-Haber-Institut der Max-Planck-Gesellschaft und von Herrn Professor Dr. W. Stein, Institut für Biophysik an der Freien Universität Berlin.

